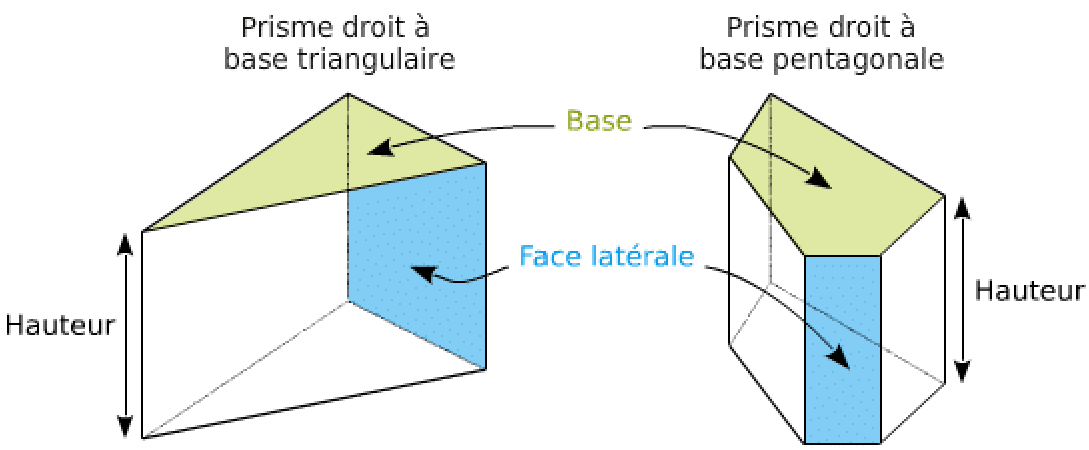
Volumes

I. Le prisme droit et volumes de solides

1.Vocabulaire

Définition :

Un prisme droit est un solide de l'espace ayant ses deux bases qui sont des polygones superposables et ses faces latérales sont des rectangles.



- La base du premier prisme est un triangle
- Il a cinq faces dont trois faces latérales, 9 arêtes et six sommets.
- La base du second prisme est un pentagone.
- Il a 7 faces dont 5 faces latérales, 15 arêtes et dix sommets.

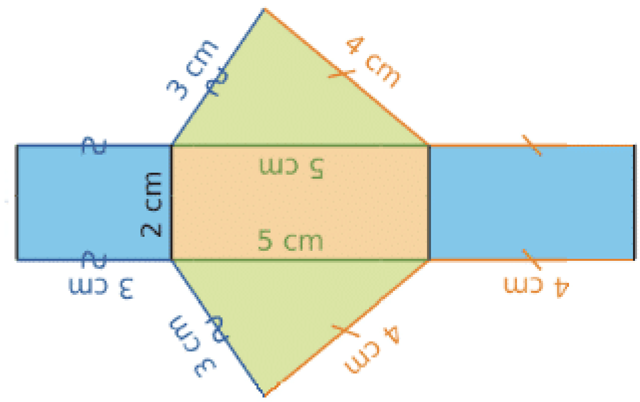
Remarque :

- Toutes les faces latérales ont une dimension commune : la hauteur du prisme.
- Le nombre de faces latérales est égal au nombre de côtés de la base.

2. Patron d'un prisme droit

Exemple :

Voici le patron d'un prisme droit. Sa base est un triangle dont les côtés ont pour longueur 5 cm, 4 cm et 3 cm et dont la hauteur est égale à 2 cm.

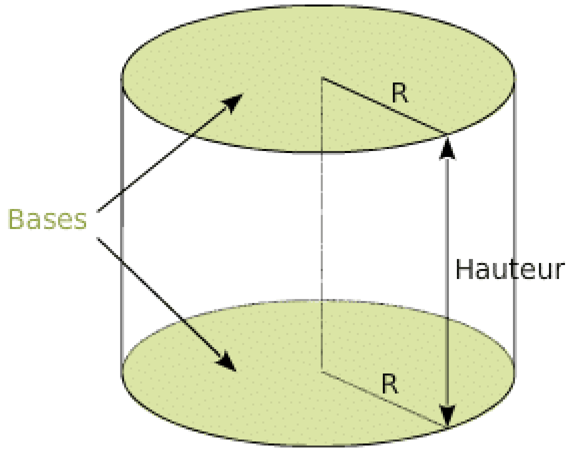


II. Le cylindre de révolution

Définition :

Un cylindre de révolution est un solide ayant deux bases qui sont des disques superposables et la surface latérale est un rectangle enroulé autour es bases.

- Les deux bases sont des disques de même rayon.
- La droite qui joint les centres des deux bases est appelée axe du cylindre.
- La hauteur du cylindre est la longueur du segment qui joint les centres des deux disques de base.



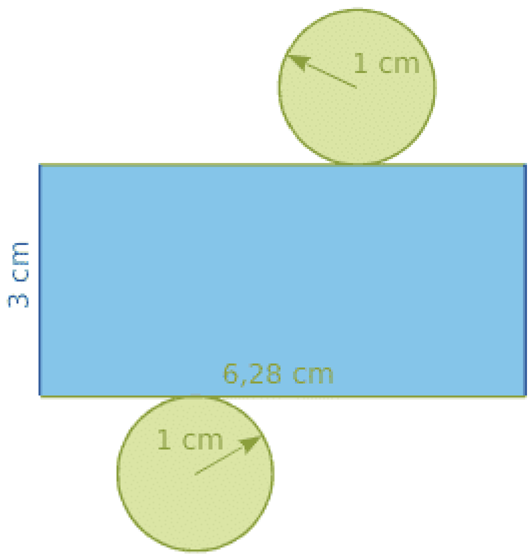
2. Patron d'un cylindre de révolution

Exemple :

Voici le patron d'un cylindre de révolution de hauteur 3 cm ayant pour base un disque de rayon 1 cm.

La surface latérale de ce cylindre est un rectangle :

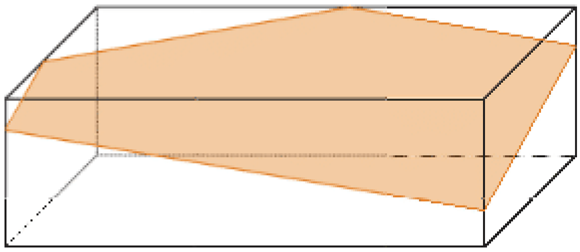
- qui a pour largeur la hauteur du prisme soit 3 cm.
- qui a pour longueur le périmètre du disque de base soit $P = 2 \times \pi \times r = 2\pi \times 1 \approx 6,28\,cm$.



III. Les sections de solides et volumes

Définition :

La section d'un solide par un plan est l'intersection entre ce solide et le plan.



Propriété :

La section d'un prisme par un plan parallèle à une base est un polygone identique à la base.

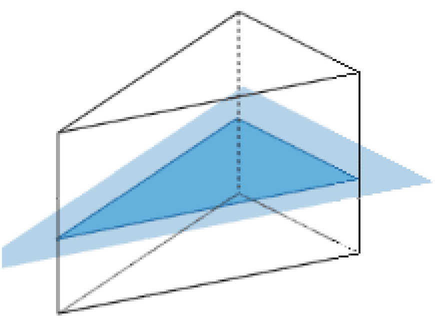
Exemple :

On coupe un prisme à base triangulaire par un plan parallèle à sa base.

La section est un triangle identique au triangle de base.

Remarque :

Les pavés sont des prismes particuliers, pour lesquels la section d'un plan parallèle à la base est un rectangle identique à cette base.



Exemple :

On coupe un cylindre de révolution de hauteur 4 cm dont le rayon de la base est 1 cm, par un plan perpendiculaire à son axe.

La section est un disque de rayon 1 cm.

Propriété :

La section d'un cylindre de révolution par un plan qui est perpendiculaire à son axe de rotation est un disque ayant le même rayon que la base de ce cylindre de révolution.

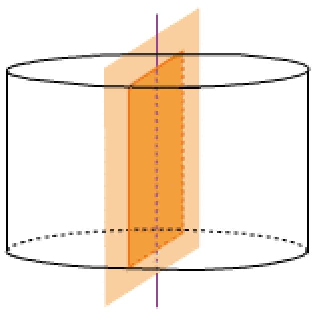
Propriété :

La section d'un cylindre de révolution par un plan contenant son axe de rotation est un rectangle.

Exemple :

On coupe un cylindre de révolution de hauteur 5 cm, dont le rayon de la base est 2 cm, par un plan contenant son axe.

La section est un rectangle de longueur la hauteur du cylindre : 5 cm et de largeur le diamètre de la base : 4 cm.



IV: Calcul de volumes de solides

Propriété :

Pour calculer le volume V d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution, on multiplie l'aire d'une base par sa hauteur h.

$V = A_{base} \times \ h$

Exemple :

Un grenier a la forme d'un prisme droit à base triangulaire. On veut calculer son volume.

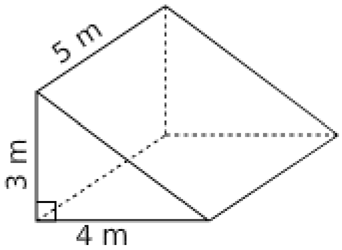
On calcule l'aire d'une base qui est un triangle rectangle :

$$A_{base} = \frac{4 \times \ 3}{2} = 6\,m^2$$

On multiplie l'aire d'une base par la hauteur :

$$V_{prisme\,droit} = A_{base} \times \ h = 6 \times \ 5 = 30\,m^2$$

Le volume de ce grenier est de 30 m².



Une canette a la forme d'un cylindre de révolution.

On veut calculer sa contenance en centilitres.

On calcule l'aire d'une base qui est un disque de rayon 3 cm.

$$A_{disque} = \pi \times \ r^2 = \pi \times \ 3^2 = 9\pi\,cm^2$$

On multiplie l'aire d'une base par sa hauteur qui est de 11 cm.

$$V_{cylindre} = A_{base} \times \ h = 9\pi \times \ 11 = 99\pi \approx \ 311\,cm^3.$$

Le volume de cette canette est d'environ 311 cm^3 soit 311 mL soit 31,1 cL.