Vecteurs et repères

EXERCICE 1 :

Soit ABCD un trapèze convexe tel que : (AB)//(DC), AB = 5 et DC = 7.

1) a) A partir de ces hypothèses, montrer que $\vec{DC} = \frac{7}{5}\vec{AB}$

b) Exprimer $\vec{AC}$ en fonction de $\vec{AB}$ et $\vec{AD}$.

2) On considère le point E tel que $5\vec{EC} = 2\vec{DE}$

a) Déterminer $\vec{DE}$ en fonction de $\vec{DC}$, puis placer E.

b) Montrer que les segments [AE] et [BD] ont même milieu.

3) A chaque réel x , on fait correspondre le point M tel que $\vec{AM} = x\vec{AB} + \vec{AD}$.

a) Pour quelle valeur de x le point M est-il le symétrique de C par rapport à D ?

b) Exprimer $\vec{DM}$ en fonction de $\vec{AB}$. Sur quelle ligne se déplace le point M lorsque x varie ?

EXERCICE 2 :

Soit ABC un triangle et x un réel.

A chaque valeur de x on associe les points E et F tels que : $\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AB} + x\vec{AC}$ et $\vec{AF} = x\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$

1) Construire E et F pour $x = -\frac{1}{2}$.

2) Montrer que, pour tout x de $\mathbb{R}$, $\vec{EF}$ est colinéaire à $\vec{BC}$.

3) Pour quelles valeurs de x a-t-on :

a) E = F ?

b) BCFE est un parallélogramme ?

EXERCICE 3 :

Soit ABCD un quadrilatère, on défini les points M et N par : $\vec{AM} = a\vec{AB}$ et $\vec{DN} = a\vec{DC}$ (a étant un réel)

1) Montrer que pour tout réel a , on a : $\vec{MN} = a\vec{BC} + (1-a)\vec{AD}$

2) Que dire de MBCN si ABCD est un parallélogramme ?

EXERCICE 4 :

Soit un réel a et un triangle RST. Soit aussi les points M, N et U définis par
$\vec{RM} = \frac{1}{4}\vec{RS} + (a+\frac{5}{2})\vec{RT}$; $\vec{RN} = (a+2)\vec{RS} + \frac{3}{4}\vec{RT}$; $\vec{RU} = \frac{3}{4}\vec{RS} - (a+\frac{3}{2})\vec{RT}$

1) Placer les points M, N et U lorsque a = 0.

2) Démontrer que pour tout réel a , les vecteurs $\vec{MN}$ et $\vec{ST}$ sont colinéaires. Que peut-on en déduire ?

3) Démontrer que pour tout réel a , SMTU est un parallélogramme

EXERCICE 5 :

Soit ABC un triangle.

1) On donne G tel que $\vec{GA} + 2\vec{GB} + 3\vec{GC} = \vec{0}$.
Déterminer $\vec{CG}$ en fonction de $\vec{CA}$ et $\vec{CB}$ puis construire G.

2) Soit H tel que $\vec{AH} = \frac{2}{3}\vec{AB}$, montrer que G est le milieu de [HC]

3) Montrer que pour tout point M, $\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC} = 6\vec{MG}$.

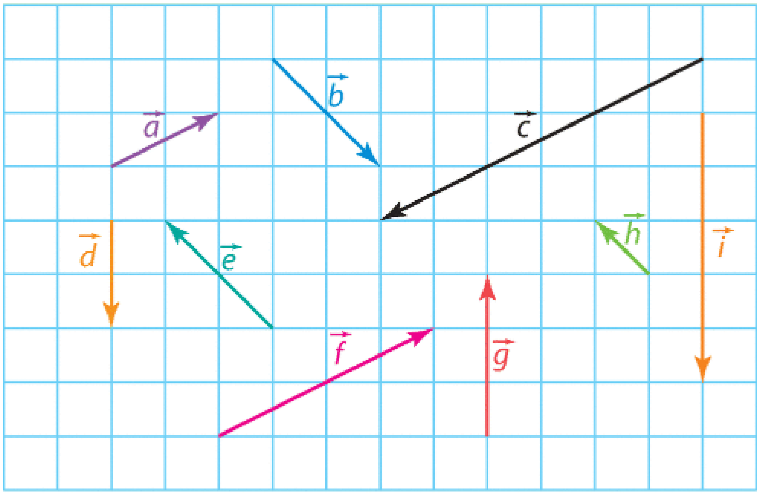
4) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que :

a) $\| \vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC} \| = 6AB$.

b) $\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC}$ est colinéaire à $\vec{BC}$.

EXERCICE 6 :

Recopier et compléter les égalités suivantes avec le nombre réel manquant.



- $\vec{c} = \dots\vec{a}$
- $\vec{b} = \dots\vec{e}$
- $\vec{d} = \dots\vec{g}$
- $\vec{d} = \dots\vec{i}$
- $\vec{a} = \dots\vec{c}$
- $\vec{b} = \dots\vec{h}$
- $\vec{i} = \dots\vec{g}$
- $\vec{f} = \dots\vec{c}$

EXERCICE 7 :

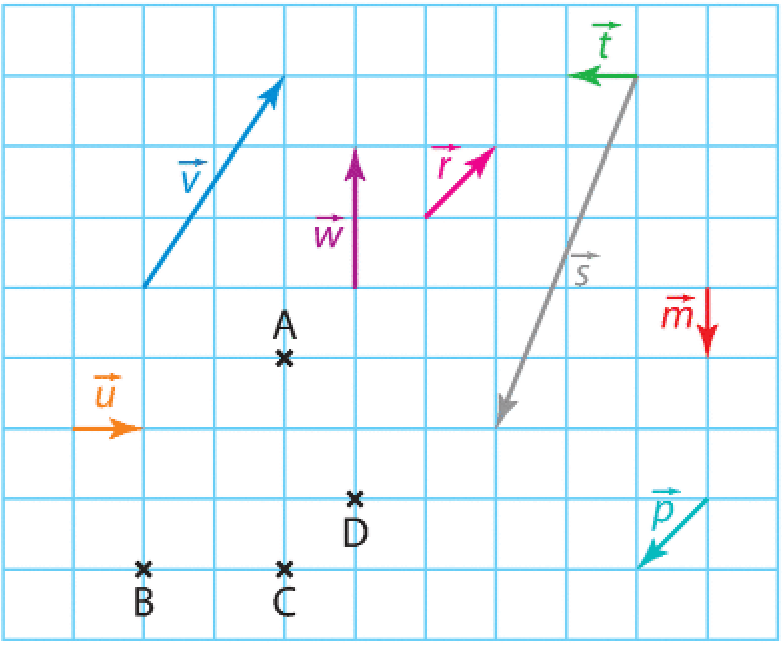
1.A partir de la figure, citer un vecteur :

a) opposé à $\vec{CD}$.

b) de même direction et de même sens que $\vec{AC}$.

c) de même direction que $\vec{BC}$ mais de sens contraire.

d) égal au vecteur $\vec{BA}$.



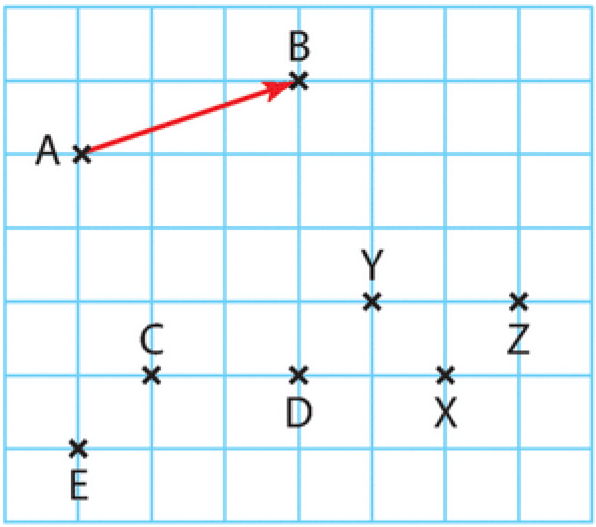
EXERCICE 8 :

A partir de la figure :

1. Donner les images des points C, D, E par la translation de vecteur $\vec{AB}$.

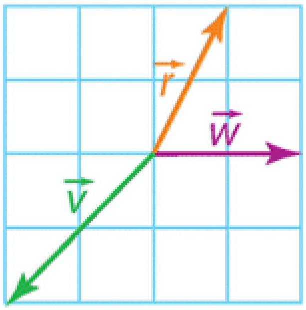
2. Citer trois vecteurs égaux au vecteur $\vec{AB}$.

3. Citer les trois parallélogrammes définis par les trois égalités vectorielles du 2.



EXERCICE 9 :

1.Reproduire la figure ci-dessous.



2.Construire un représentant de chacun des vecteurs suivants.

$a) -\vec{r}$ $b) \vec{w}+\vec{r}$ $c) \vec{r}+\vec{v}$ $d) \vec{w}-\vec{r}$

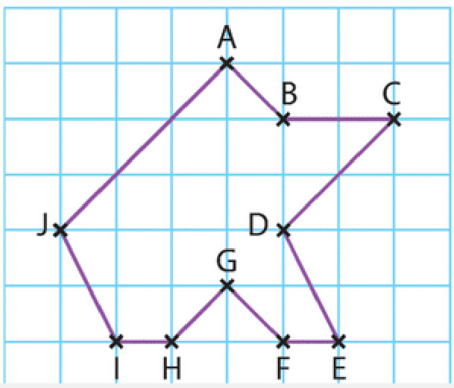
EXERCICE 10 :

En utilisant les points de la figure, donner un vecteur égal à :

a) $\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{HI}$ **b)** $\overrightarrow{GF}+\overrightarrow{CB}$ **c)** $\overrightarrow{AJ}-\overrightarrow{EI}$

d) $\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{GH}$ **e)** $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}$ **f)** $\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{JC}+\overrightarrow{FE}$

g) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}$ **h)** $\overrightarrow{HF}-\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$ **l)** $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{IH}-\overrightarrow{BH}-\overrightarrow{FD}$



EXERCICE 11 :

1. Calculer les déterminants des vecteurs suivants.
2. Dire s'ils sont colinéaires.
3. S'ils sot colinéaires, trouver un coefficient de colinéarité.

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-4{,}5\end{pmatrix}$

b) $\vec{s}\begin{pmatrix}7\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{t}\begin{pmatrix}14\\4\end{pmatrix}$

c) $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{r}\begin{pmatrix}3\\4{,}5\end{pmatrix}$

d) $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-4{,}5\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-8\\12\end{pmatrix}$

e) $\vec{s}\begin{pmatrix}7\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{m}\begin{pmatrix}1\\-\frac{3}{7}\end{pmatrix}$

f) $\vec{m}\begin{pmatrix}1\\-\frac{3}{7}\end{pmatrix}$ et $\vec{t}\begin{pmatrix}14\\4\end{pmatrix}$

EXERCICE 12 :

Soit trois points A, B et C distincts non alignés.

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires dans les cas suivants ?

a) $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = -6\overrightarrow{AB}$

b) $\vec{u} = -2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$ et $\vec{v} = 4\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{AC}$

c) $\vec{u} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ et $\vec{v} = 9\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$

d) $\vec{u} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$ et $\vec{v} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - 9\overrightarrow{AC}$

Consulter le corrigé.