Triangles

I. Propriétés dans un triangles

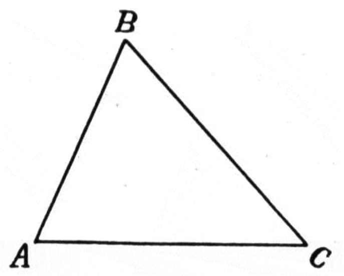
1.L'inégalité triangulaire

Définition :

La hauteur d'un triangle est la droite passant par un sommet du triangle et perpendiculaire à son côté opposé.

Propriété : (inégalité triangulaire).

Pour tout triangle ABC, nous avons $BC \leq AB + AC$.
Un triangle est constructible lorsque la plus grande longueur est inférieure ou égale à la somme des deux plus petites longueurs.



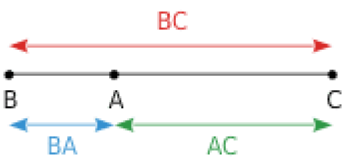
Remarque :

On peut interpréter l'inégalité $BC \leq AB + AC$ en remarquant que le chemin le plus court est toujours la ligne droite.

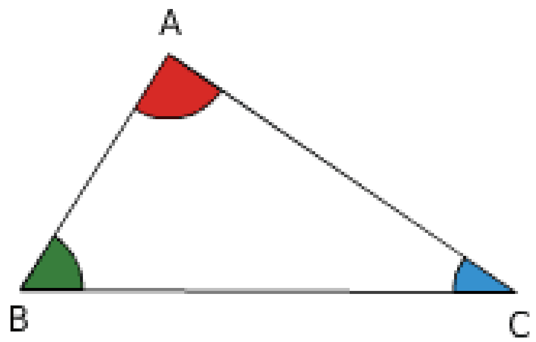
Propriété :

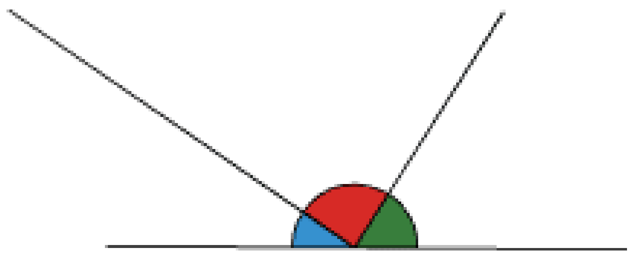
Un point A appartient au segment [BC] équivaut à BC=BA +AC.

Lorsqu'il y a égalité dans l'**inégalité triangulaire,** le triangle ABC est tout de même **constructible** et est un **triangle plat.**



2. Somme des mesures des angles de triangles





$\widehat{BAC} + \widehat{ACB} + \widehat{ABC} = 180°$

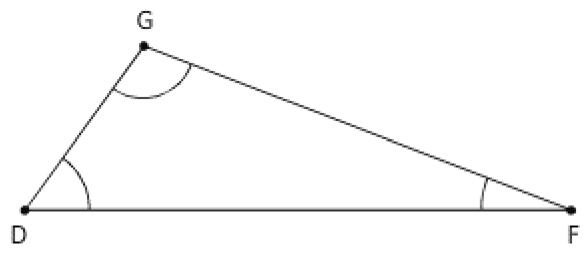
Exemple :

Dans le triangle ci-dessous, on sait que :

$\widehat{GDF} = 54°$ et $\widehat{GFD} = 21°$.

La somme des mesures du triangle GDF est égale à 180°, donc :

$$\widehat{GDF} + \widehat{GFD} + \widehat{DGF} = 180°$$
$$54° + 21° + \widehat{DGF} = 180°$$
$$75° + \widehat{DGF} = 180°$$
$$\widehat{DGF} = 180° - 75°$$
$$\widehat{DGF} = 105°$$



II. Construction de triangles

1.Cas d'égalité de triangles

Définition :

Deux triangles sont dits **isométriques** (ou **semblables**) si leurs côtés sont deux à deux de même longueur.

Exemple :

Les triangles ABC, DEF, GIH et JKL sont isométriques.

Ils sont superposables par glissement et/ou par retournement.

Propriété :

Si deux triangles ont un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure, deux à deux, alors ces deux **triangles sont isométriques.**

Exemple :

AB=DE.

Le côté [AB] est compris entre les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CBA}$.

Le côté [DE] est compris entre les angles $\widehat{FED}$ et $\widehat{EDF}$.

De plus, $\widehat{CAB} = \widehat{FED}$ et $\widehat{CBA} = \widehat{EDF}$.

Donc les triangles ABC et EDF sont isométriques.

Propriété :

Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux cotés qui ont la même longueur alors ces deux triangles sont isométriques (ou **semblables**).

Exemple :

$\widehat{CAB} = \widehat{FED}$

L'angle $\widehat{CAB} = \widehat{FED}$ est compris entre les côtés [AC] et [AB].

L'angle $\widehat{CAB} = \widehat{FED}$ est compris entre les côtés [EF] et [ED].

De plus, AC=EF et AB=ED.

Donc les triangles ABC et DEF sont isométriques.

Propriété :

Deux triangles semblables (ou isométriques) ont des angles de même mesure et des aires égales.

Remarque :

Attention, la réciproque n'est pas forcément vraie.

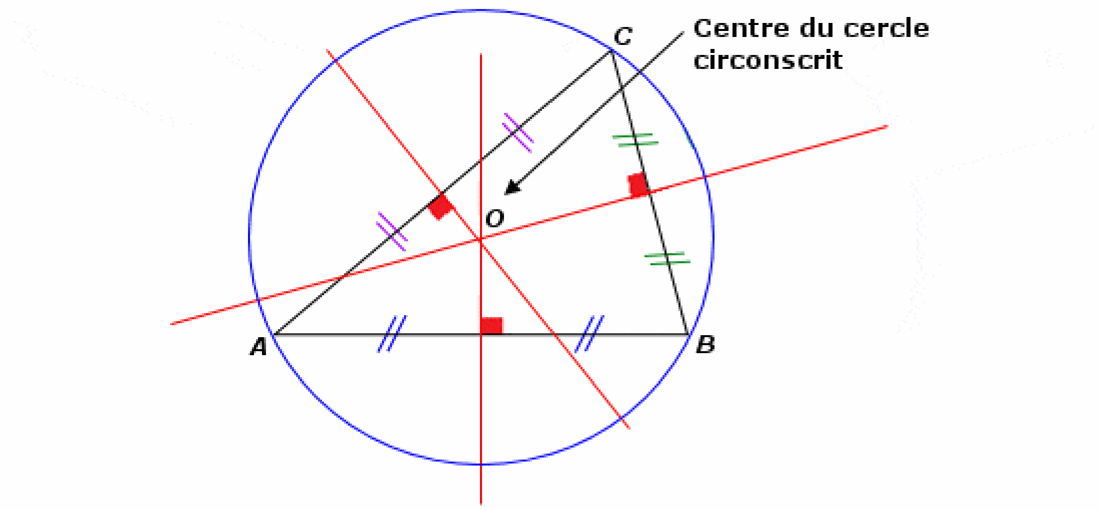
- Deux triangles peuvent avoir des angles de même mesure, deux à deux, sans pour autant être isométriques.

- Deux triangles peuvent avoir la même aire sans pour autant être isométriques.

III. Les médiatrices d'un triangle

Propriété :

Les médiatrices d'un triangle ABC sont concourantes en un point O qui est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.



Remarque :

Le point O est équidistant des trois sommets A, B et C du triangle ABC.

IV. Les hauteurs d'un triangle

Propriété :

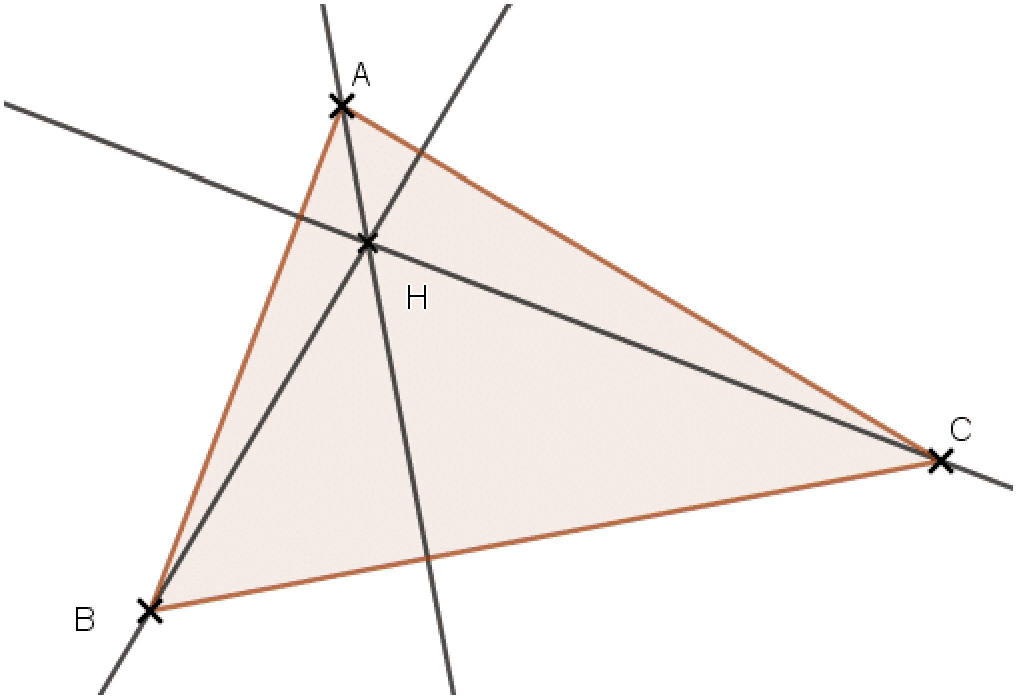
La hauteur d'un triangle est une droite passant par un sommet et perpendiculaire à son coté opposé.

Propriété :

Les trois hauteurs d'un triangle sont **concourantes** en un point H appelé l'**orthocentre** du triangle.

Propriété :

Dans un triangle ABC, les trois hauteurs sont concourantes en un point H appelé l'orthocentre du triangle ABC.


A
H
C
B