



Translation et rotation

Ce cours sur la translation et la rotation en quatrième (4ème) avec la définition et les propriétés de ces deux transformations du plan étudiées au collège doit être bien appris. Ainsi, cette leçon est rédigée par une équipe d'enseignants de l'éducation nationale et elle est conforme aux programmes en vigueur.

L'élève devra savoir construire l'image d'une figure mais également, utiliser les différentes propriétés de conservation de ces deux transformations du plan afin de mener à bien une démonstration en géométrie.

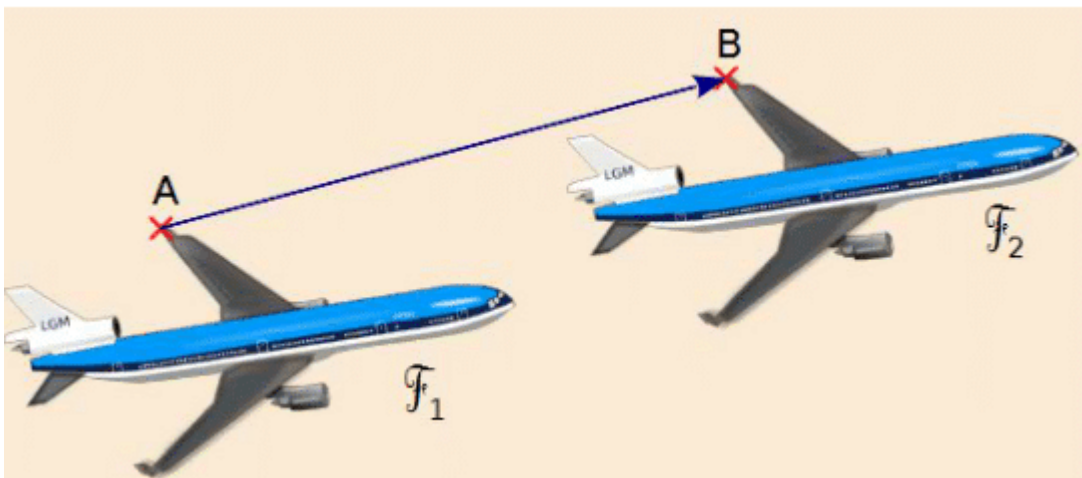
I. La translation

1. Définition de la translation

Définition :

Lorsque l'on fait glisser la figure F_1 de manière à ce que A arrive en B, elle se superpose avec la figure F_2 .

La figure F_2 est l'image de la figure F_1 par la translation qui transforme A en B.



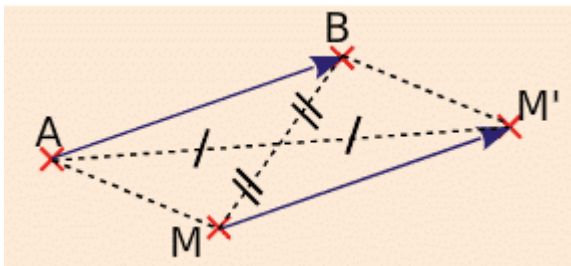
2. Image d'un point et d'un segment par translation

Propriété :

L'image du point M par la translation qui transforme A en B est le point M' , tel que les segments

$[MB]$ et $[AM']$ ont le même milieu.

Si les points ne sont pas alignés, alors $ABM'M$ est un parallélogramme.



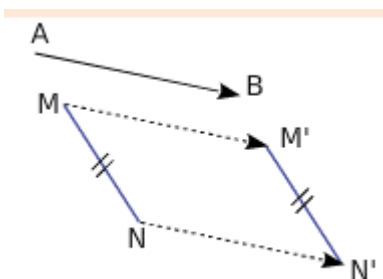
Propriété :

L'image d'un segment par une translation est un segment de même longueur.

La translation conserve les mesures d'angles, les périmètres, les aires et le parallélisme.

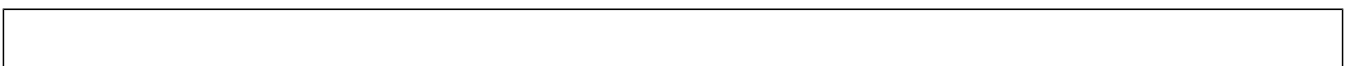
Exemple :

Dans la translation qui transforme A et B , le segment $[MN]$ a pour image $[M'N']$ sont parallèles $[M'N']$ sont parallèles et de même longueur.



II. La rotation

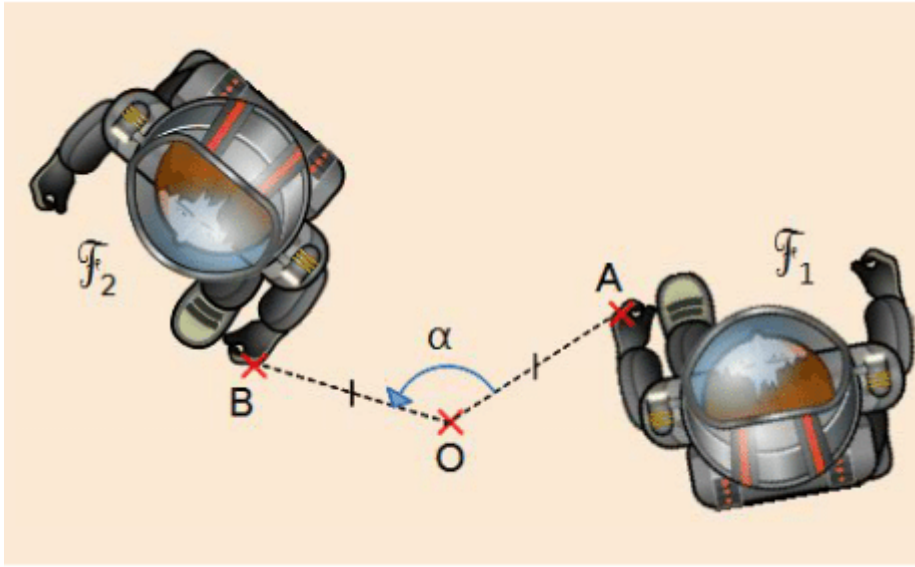
1. Définition de la rotation



Définition :

Lorsque l'on fait tourner la figure F_1 autour du point O d'un angle de mesure α dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, elle se superpose avec la figure F_2 .

F_2 est l'image de la figure F_1 par la rotation de centre O et d'angle α .



Remarque :

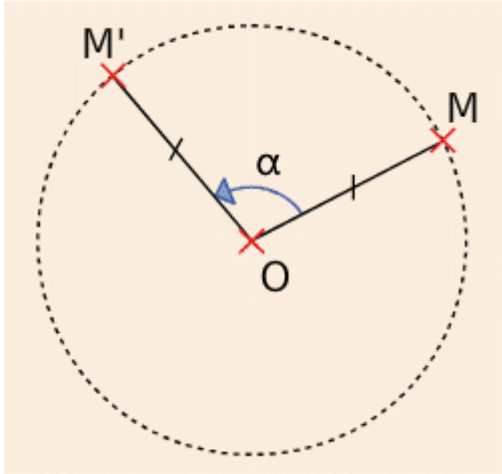
- Dans toute cette leçon, le sens de rotation sera toujours le sens trigonométrique (sens contraire des aiguilles d'une montre).
- La rotation de centre O et d'angle 180° est la symétrie centrale de centre O.

2. Image d'un point par une rotation

Propriété :

On considère deux points distincts O et M.

L'image du point M par la rotation de centre O et d'angle α est le point M' tel que $OM' = OM$ et $\widehat{MOM'} = \alpha$.



III. Propriétés de la translation et de la rotation

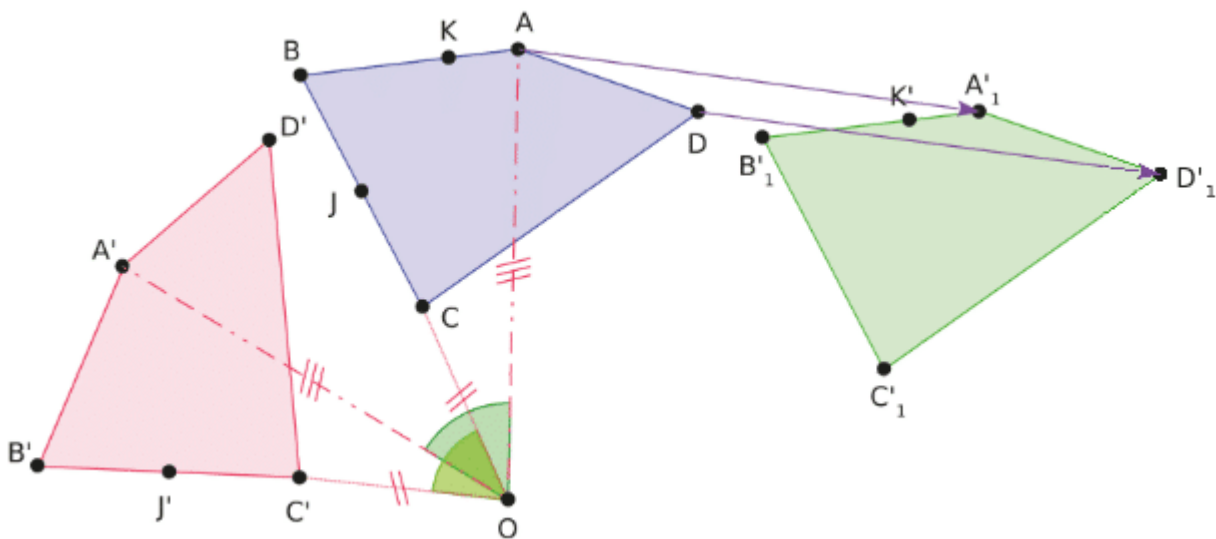
Propriété :

La translation et la rotation conservent les longueurs, les périmètres, les aires de figures ainsi que l'alignement et le parallélisme et les mesures d'angles.

Exemple :

Le quadrilatère $A'B'C'D'$ est l'image de $ABCD$ par la rotation de centre O et d'angle 60° .

Le quadrilatère $A'_1B'_1C'_1D'_1$ est l'image de $ABCD$ par la translation qui transforme A en A'_1 .



- Les aires et les périmètres des trois quadrilatères sont égaux.
- Les points A , B et K sont alignés, donc leurs images A'_1 , B'_1 , K'_1 sont également alignées.

- Le point J est le milieu du segment [BC] , donc son image J' par la rotation est le milieu du segment [B'C'].
- L'angle $\widehat{A_1B_1C_1}$ est l'image de l'angle \widehat{ABC} par la translation, ils ont donc la même mesure.
- L'angle $\widehat{A'B'C'}$ est l'image de l'angle \widehat{ABC} par la rotation, ils ont donc la même mesure.