



Symétrie centrale

I. Définition de la symétrie centrale

1. Symétrie centrale et demi-tour

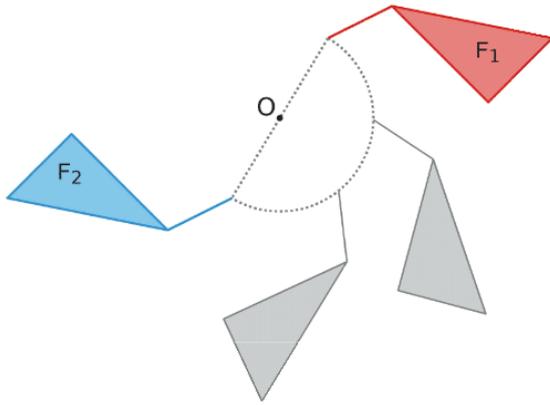
Définition :

Deux figures (F) et (F') sont **symétriques par rapport à un point O** lorsque l'on peut passer de l'une à l'autre par un demi-tour de centre O , soit une rotation d'un angle de 180° et de centre O .

La figure (F') est appelée **l'image** de (F) par la symétrie centrale de centre O .

Exemple :

- La figure F_2 est le symétrique de la figure F_1 par rapport au point O .
- De même, la figure F_1 est le symétrique de la figure F_2 par rapport au point O .
- Les figures F_1 et F_2 sont symétriques par rapport au point O .
- On dit également que le point O est le centre de la symétrie qui transforme la figure F_1 en la figure F_2 .



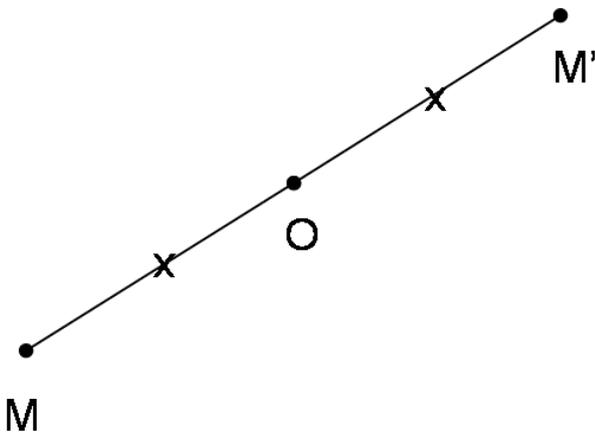
2.Symétrie d'un point

Définition :

On considère une symétrie centrale de centre O .

Le point M' est l'image du point M par la symétrie centrale de centre O

si et seulement si le point O est le milieu du segment $[MM']$.

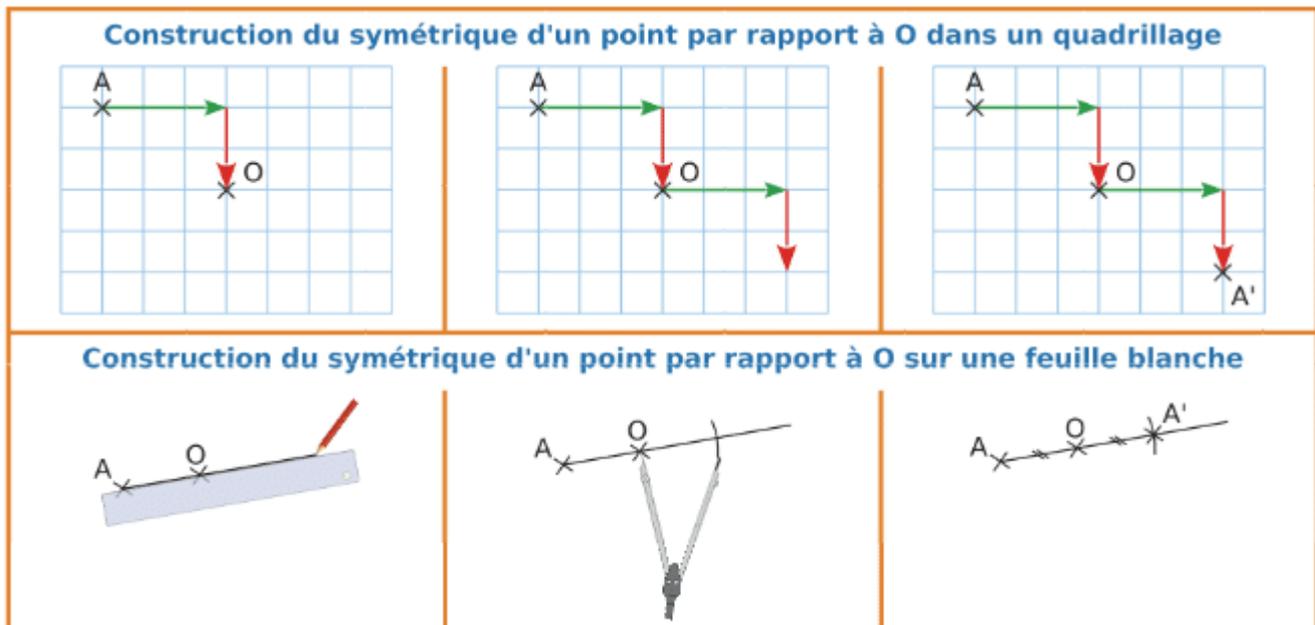


Exemple :

- Le symétrique de A par rapport à O est A' .
- Le symétrique de A' par rapport à O est A .
- A et A' sont symétriques par rapport à O .

Remarque :

Le symétrique de O par rapport à O est le point O lui-même.

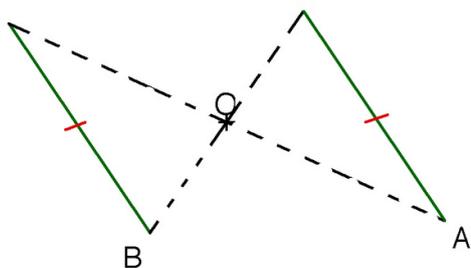


II. Les propriétés de la symétrie centrale

1. symétrique d'un segment

Propriété :

- Le symétrique d'un segment par une symétrie centrale est un segment de même longueur.
- La symétrie centrale conserve les longueurs de segments, les périmètres et les aires de figures géométriques.



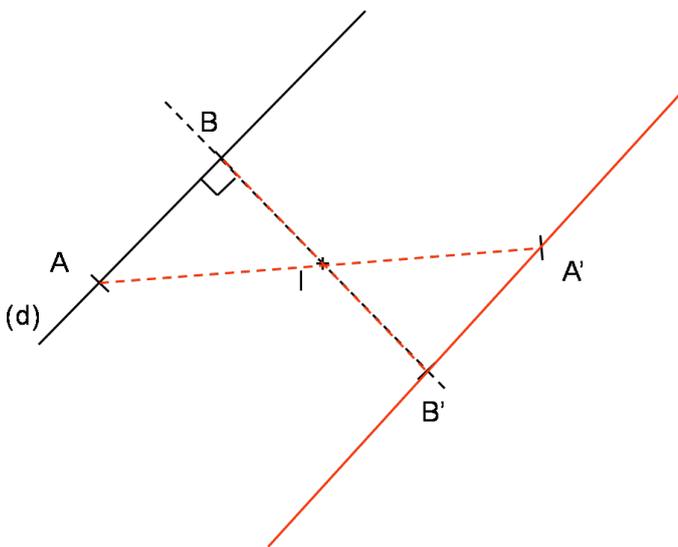
Exemple :

- Pour construire le symétrique du segment $[CD]$ par rapport au point O , on construit le symétrique des points C et D , noté C' et D' , par rapport au point O .
- Par la symétrie de centre O , le symétrique du segment $[CD]$ est alors le segment $[C'D']$.
- Le symétrique du milieu d'un segment est le milieu du segment symétrique.

2.Symétrie d'une droite

Propriété :

- L'image d'une droite par une symétrie centrale est une droite qui lui est parallèle.
- La symétrie centrale transforme une droite en une autre droite qui lui est parallèle.



3.Symétrie d'un polygone

Propriété :

La symétrie centrale conserve tout, principalement :

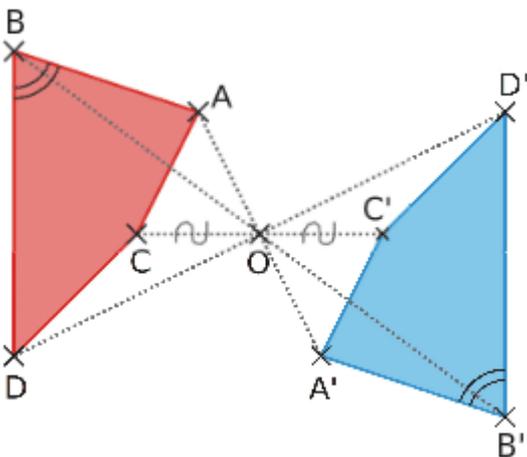
- les longueurs;
- les périmètres de figures;
- les aires de figures;
- les mesures d'angles;
- le parallélisme;
- l'orthogonalité.

Propriété :

Le symétrique d'un polygone est un polygone possédant le même nombre de côtés et ayant la même forme.

Pour construire le symétrique d'un polygone, on construit le symétrique de chaque côté puis,

on relie les sommets dans le bon ordre.



4.Symétrie d'un cercle

Propriété :

Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon et ayant pour centre le symétrique du centre du premier cercle.

Remarque :

Pour construire le symétrique d'un arc de cercle par rapport à un point, on construit les symétriques du centre et des extrémités de l'arc de cercle symétrique.

III. Centre de symétrie d'une figure

Propriété :

Un point O est le centre de symétrie d'une figure (F) si l'image (F') de la figure est confondue avec (F) .

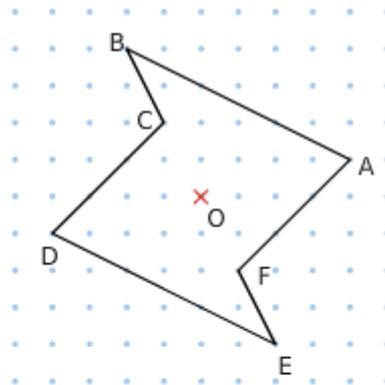
Exemple 1 :

Par la symétrie centrale de centre O ,

- le point A a pour symétrique D ,
- le point B a pour symétrique E ,
- le point C a pour symétrique F .

Donc le symétrique du polygone $ABCDEF$ est lui-même.

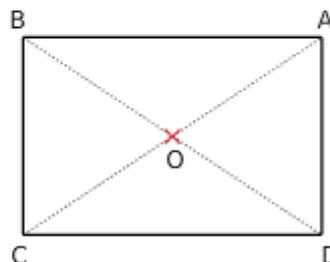
Ce polygone admet donc un **centre de symétrie** qui est le point O .



Exemple 2 :

ABCD est un rectangle de centre O .

Le centre O , point d'intersection des diagonales, est le centre de symétrie du rectangle.



Exemple 3 :

Un triangle ne possède pas de centre de symétrie.

Par contre, un triangle équilatéral possède trois axes de symétrie.

