Suites numériques

EXERCICE 1 :

Soit (U_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n + 3$.

Calculer u_0, u_1 et u_2.

EXERCICE 2 :

Soit (U_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{n+1}{2n-3}$.

Calculer u_0 et u_{10}.

EXERCICE 3 :

On considère la suite (U_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n - 1$.

Exprimer u_{n+1}, u_{n-1}, u_{2n} et $u_n + 1$ en fonction de n.

EXERCICE 4 :

On considère la suite (U_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{2u_n - 2}{u_n - 3}$.

1) Calculer u_1 et u_2.

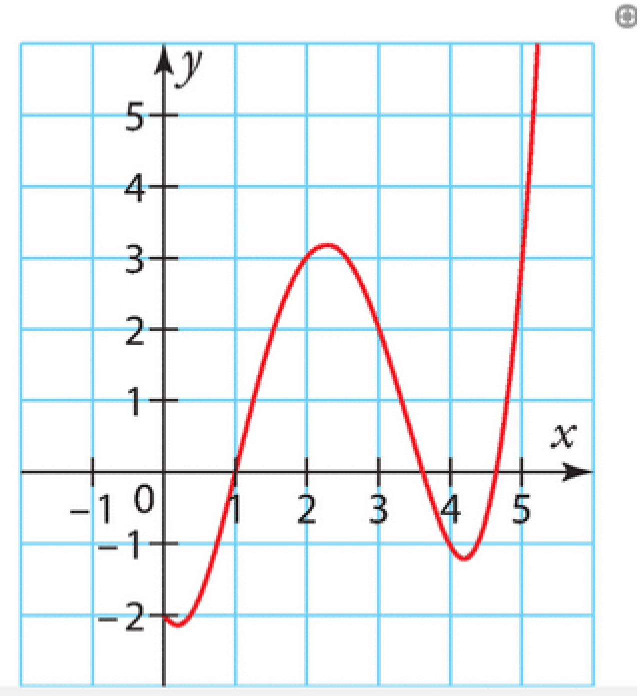
2)A l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée de u_{15} à 10^{-2} près.

EXERCICE 5 :

Soit (U_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u(n) = f(n)$.

On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f.

Déterminer la valeur des cinq premiers termes de la suite (u_n).



EXERCICE 6 :

Soit (U_n) une suite arithmétique de raison 2 et de premier terme $u_0 = -3$.

1)Exprimer u_n en fonction de n.

2)Calculer u_{20}.

EXERCICE 7 :

Les suites suivantes sont-elles arithmétiques ? Justifier.

a)(U_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n - 4$.

b)(V_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = -n + 3$.

c)(W_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $w_n = n^2 - 3$.

EXERCICE 8 :

Les suites suivantes sont-elles géométriques ? Justifier.

a)(U_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2}$.

b)(V_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = -3^n$.

c)(W_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $w_n = \dfrac{1}{4^n}$.

EXERCICE 9 :

Yacine a préparé un gâteau au chocolat qu'il a déposé dans une assiette dans la cuisine. À chaque fois qu'il passe devant, il se sert la moitié de ce qui reste.

On note u_n, la proportion du gâteau qui reste dans l'assiette après que Yacine se soit servi n fois.

1. Donner la valeur de u_0 et de u_1.

2. Justifier que la suite (U_n) est une suite géométrique et préciser sa raison.

EXERCICE 10 :

En étudiant le signe de $u_{n+1} - u_n$, étudier les variations des suites (u_n),

définies pour tout $n \in \mathbb{N}$.

$a) u_n = n^2 + 2n$.

$b) u_n = \frac{4}{n+1}$.

$c) u_n = -5^n$.

EXERCICE 11 :

Soit (U_n) la suite définie pour tout entier $n \geq, 1$ par $u_n = \frac{2^n}{n}$.

1)Calculer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$.

2)Résoudre l'inéquation $\frac{2n}{n+1} > 1$.

3)En déduire les variations de la suite (u_n).

EXERCICE 12 :

Yanis a une grande collection de poupées russes.

On s'intéresse à une série de poupées russes.

La plus petite figurine mesure 1 cm de hauteur.

Chaque poupée se trouve dans une poupée qui mesure 0,5 cm de plus qu'elle.

On note u_n, la taille de la n-ième poupée (dans l'ordre croissant).
On a donc $u_1 = 1$.

1. Exprimer u_n en fonction de n.

2. Quelle est la taille de la 10° poupée ?

3. Si, au lieu d'emboîter les poupées on les empilait, quelle
serait la hauteur d'une pile formée de 10 poupées ?

EXERCICE 13 :

1.Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n + 3$.
Calculer u_0, u_1 et u_2.

2. Soit (u_n) la suite définie tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{n+1}{2n-3}$
Calculer u_0 et u_{10}.

3. On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2^n - 1$.
Calculer les cinq premiers termes de la suite (u_n).

4. On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n - 1$.
Exprimer $u_{n+1}; u_{n-1}; u_{2n}; u_n + 1$ en fonction de n.

5. Soit la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2 + 1$.

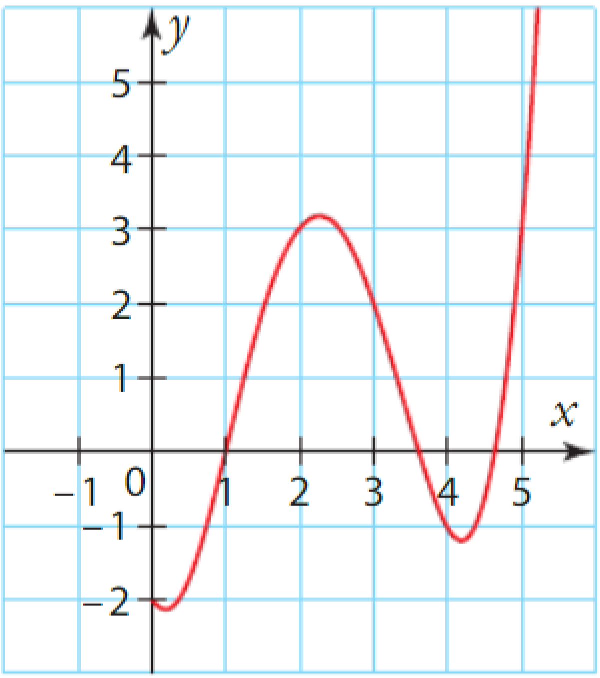
Exprimer $u_{n+1}; u_{n-1}; u_{2n}; u_n + 1$ en fonction de n.

EXERCICE 14 :

Un matin, Mathéo décide de poser un récipient dans son jardin, contenant 200 g de noisettes. Chaque après-midi, un écureuil vient manger la moitié du récipient, puis Mathéo remet 80 g de noisettes le soir.
On note u_n la quantité en grammes de noisettes dans le récipient le n-ième jour au matin.
1. Donner la valeur de u_1 et u_2.
2. Exprimer u_{n+1}en fonction de u_n .

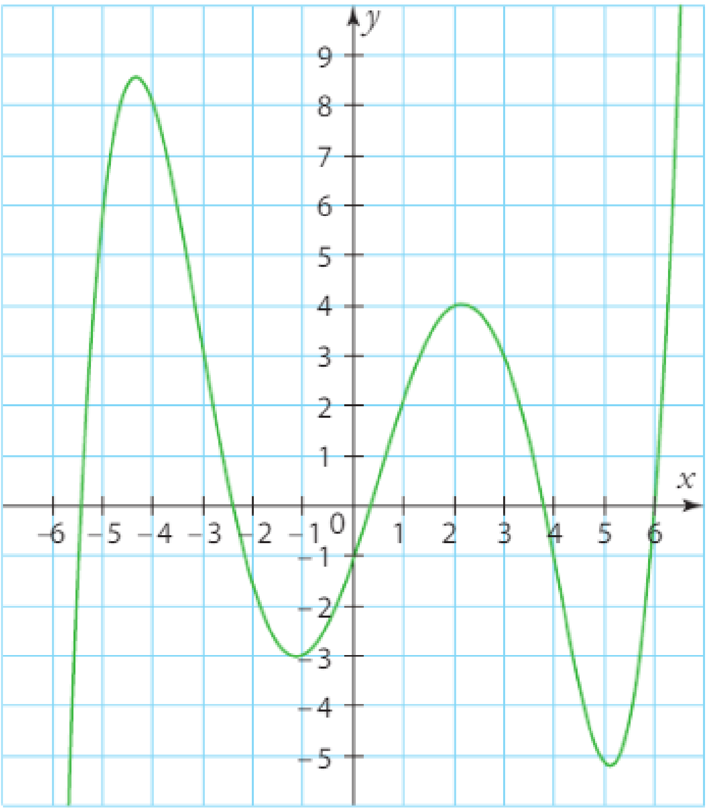
EXERCICE 15 :

Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = f(n)$.
On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f.
Déterminer la valeur des cinq premiers termes de la suite (u_n).



EXERCICE 16 :

Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_{n+1} = f(v_n)$.
On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f.
Déterminer la valeur des cinq premiers termes de la suite (v_n).



EXERCICE 17 :

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison 4 et de premier terme $u_0 = 2$.
Calculer u_1, u_2 et u_3.
Soit (u_n) une suite arithmétique de raison 2 et de premier terme $u_0 = -3$.
1.Exprimer u_n en fonction de n.
2.Calculer u_{20}.

EXERCICE 18 :

En étudiant le signe de $u_{n+1} - u_n$, étudier les variations des suites (u_n) définies pour tout $n \in \mathbb{N}$.

$a) u_n = n^2 + 2n$

$b) u_n = \dfrac{4}{n+1}$

$c) u_n = -5^n$

EXERCICE 19 :

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier $n \geq 1$ par $u_n = \dfrac{2^n}{n}$.

1. Calculer $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.

2. Résoudre l'inéquation $\frac{2n}{n+1} > 1$.
3. En déduire les variations de la suite (u_n).

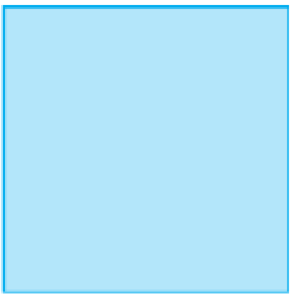
EXERCICE 20 :

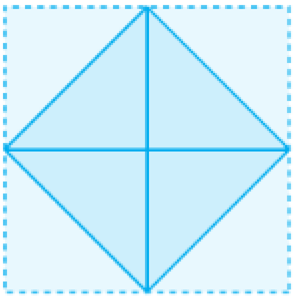
Étape O : Valentine trace une rosace à trois pétales.
Étape 1 : Elle décide de décorer davantage sa rosace et rajoute un pétale entre deux pétales consécutifs.

A chaque étape, elle rajoute chaque fois un pétale entre deux pétales consécutifs.
On note u_n le nombre de pétales l'étape n.
On a $u_0 = 3$.
1. Tracer la rosace à l'étape 2.
2. En déduire la valeur de u_1 et u_2.
3. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
4. En déduire l'expression de u_n.

EXERCICE 21 :

On s'intéresse à une feuille de papier carrée de côté 20 cm.
A chaque étape, on replie les coins de cette feuille pour obtenir un nouveau carré.





On veut étudier la suite (u_n) qui correspond à la longueur des côtés du carré à l'étape n, en cm.

On a $u_0 = 20$.

1. Déterminer la valeur de u_1.
2. Déterminer une relation entre u_n et u_{n+1}.
3. En déduire les variations de la suite (u_n).
4. Conjecturer la limite de la suite

On veut maintenant étudier la suite (v_n) qui correspond à l'épaisseur du pliage, en m, à l'étape n.

La feuille de papier initiale a une épaisseur de 0,1 mm.

5. Déterminer la valeur de v_0 et de v_1.
6. Déterminer une relation entre v_n et v_{n+1}.
7. En déduire les variations de la suite (v_n).
8. En déduire l'expression de v_n en fonction de n.
9. A l'aide de la calculatrice, déterminer le nombre d'étapes qu'il faudrait pour que le pliage fasse la hauteur de la tour Eiffel, c'est-à-dire 324 m.

Consulter le corrigé.