



Statistiques

I. Les séries statistiques

1. Vocabulaire général

Définition et vocabulaire :

Lorsque l'on réalise une **enquête**, on est amené à étudier des **caractères** (thème de l'enquête) propres à chaque individu.

- L'ensemble des individus est appelé la **population**.
- Le **caractère** peut être **qualitatif** (la couleur des cheveux, les sports pratiqués ou le type de film préféré) ou **quantitatif** (la taille, l'âge, le temps passé devant la télévision, ...).
- Le nombre total d'individus de la population est appelé **effectif total** et noté N .
- Le nombre d'individus qui possèdent un même caractère est appelé **effectif du caractère**.

La statistique est une branche des mathématiques qui étudie un caractère dans une population.

Exemples :

- 1) Étudier l'ensemble des notes d'un contrôle (caractère) dans une classe (population).
- 2) Étudier les intentions de vote pour des élections (caractère) sur un échantillon de 1 000 personnes.

Une série statistique est la donnée d'une série de nombres présentée sous la forme d'une liste ou d'un tableau.

Exemple : relevé des notes d'un contrôle de maths.

II La moyenne et l'étendue d'une série statistiques

Définition :

La moyenne d'une série statistique est le quotient de la somme de toutes les valeurs de cette série par l'effectif total. $Moyenne = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \dots + n_p \times x_p}{N}$

avec : n_1, n_2, \dots, n_p les effectifs du caractère et x_1, x_2, \dots, x_p les valeurs du caractère.

N étant l'effectif total avec $N = n_1 + n_2 + \dots + n_p$.

Exemple :

On a une suite de notes: 5; 12; 19; 12; 8; 10; 11; 14; 3; 8; 7; 12; 10; 9; 8; 16; 14; 8; 5; 11.

Calculer la moyenne de ces notes:

$$Moyenne = \frac{5 + 12 + 19 + 12 + 8 + 10 + 11 + 14 + 3 + 8 + 7 + 12 + 10 + 9 + 8 + 16 + 14 + 8 + 5 + 11}{20} = \frac{202}{20} = 10,1$$

Définition :

On appelle fréquence d'une valeur du caractère le quotient de l'effectif de la valeur du caractère par l'effectif total.

La fréquence f en % représente le pourcentage de l'effectif par rapport à l'effectif total.

$$f \text{ en } \% = \frac{n_i}{N} \times 100$$

Exemple :

En reprenant la série de notes précédente, calculer les fréquences puis la moyenne de cette série statistiques.

Notes	3	5	7	8	9	10	11	12	14	16	19
Nb d'élèves	1	2	1	4	1	2	2	3	2	1	1
Fréquence (%)	$\frac{1}{20} \times 100$ = 5%	10 %	5 %	20%	5 %	10%	10%	15%	10 %	5%	5 %

$$\text{Moyenne} = \frac{1 \times 3 + 2 \times 5 + 1 \times 7 + 4 \times 8 + 1 \times 9 + 2 \times 10 + 2 \times 11 + 3 \times 12 + 2 \times 14 + 1 \times 16 + 1 \times 19}{20} = \frac{202}{20} = 10,1$$

Signification concrète de la moyenne :

Si chaque élève devait obtenir la même note alors chaque élève obtiendrait 10,1 sur 20.

Définition :

L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série.

Exemple :

Dans la série précédente, l'étendue des notes est de: $19 - 3 = 6$.

III. La médiane d'une série statistiques

Définition :

On appelle médiane d'une série statistique ordonnée une valeur du caractère qui partage la série en deux groupes de même effectif tels que :

- un groupe contient les valeurs inférieures ou égales à la médiane ;
- l'autre groupe contient les valeurs supérieures ou égales à la médiane.

Exemple : cas d'un nombre impair de valeurs.

Voici les notes d'un groupe de 9 élèves lors d'un devoir de mathématiques.

5-6-11-13-6-14-12-8-13

Il faut d'abord ranger les nombres dans l'ordre croissant : **5<6<6<8<11<12<13<13<14**

La médiane de cette série statistique est la cinquième valeur donc 11.

Exemple : cas d'un nombre pair de valeurs.

Voici les notes d'un groupe de 6 élèves lors d'un devoir de sciences physiques.

6-13-18-16-14-5

Il faut d'abord ranger les nombres dans l'ordre croissant : 5<6<13<14<16<18

La médiane de cette série statistique est la moyenne entre la troisième et quatrième valeur.

$$mediane = \frac{13 + 14}{2} = 13,5$$

Signification concrète de la médiane :

Il y a autant d'élèves qui ont eu une note inférieure à 13,5 que d'élèves qui ont eu une note supérieure à 13,5.