



Puissances

I. Puissance d'un nombre relatif

1.Exposant positif

Définition :

On considère un nombre entier positif non nul n et un nombre relatif a .

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots a}_{n \text{ fois}} \text{ avec } a^0 = 1.$$

a^n se lit a puissance n , l'entier n est appelé l'exposant.

Remarque :

$$a^1 = a$$

Exemple :

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$(-3)^5 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = -3^5 = -243$$

2.Exposant négatif

Définition :

On considère un nombre entier positif non nul n et un nombre relatif a .

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Exemple :

$$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

Remarque :

L'inverse de a est $\frac{1}{a}$ soit a^{-1} .

3. Règles de priorités

Propriété :

dans une expression ne comportant pas de parenthèses, les puissances sont prioritaires par rapport aux quatre opérations.

Exemple :

$$A = 7 + 2^3 \times 5 = 7 + 8 \times 5 = 7 + 40 = 47$$

II. Puissances de 10

1. Définition des puissances de dix

Définition :

On considère n un entier positif non nul.

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ fois}} \text{ avec } 10^0 = 1.$$

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n}$$

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ zéros}} \text{ et par convention } 10^0 = 1$$

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,0 \dots 01}_{n \text{ zéros}}$$

Exemple :

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$

$$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$$

2. Vocabulaire

Définition :

Téra	Giga	Méga	Kilo	Hecto	Déca	Déci	Centi	Milli	Micro	Nano	Pico
$\times 10^{12}$	$\times 10^9$	$\times 10^6$	$\times 10^3$	$\times 10^2$	$\times 10^1$	$\times 10^{-1}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-9}$	$\times 10^{-12}$

Exemple :

$$1 \text{ kilogramme} = 10^3 \text{ grammes}$$

$$1 \text{ Gigaoctet} = 10^9 \text{ octets}$$

3. Formules des puissances

Propriété :

On considère deux entiers relatifs m et p .

$$10^m \times 10^p = 10^{m+p}$$

$$(10^m)^p = 10^{mp}$$

$$\frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}.$$

Exemple :

Calculer la valeur des expressions suivantes :

$$A = 10^3 \times 10^4 = 10^{3+4} = 10^7$$

$$B = \frac{10^3}{10^4} = 10^{3-4} = 10^{-1}$$

III. Ecriture scientifique d'un nombre

1. Multiplier par une puissance de 10

Propriété :

On considère n un entier positif non nul.

Multiplier un nombre par 10^n revient à décaler la virgule de n rang(s) vers la droite.

Multiplier un nombre par 10^{-n} revient à décaler la virgule de n rang(s) vers la gauche.

Exemple :

$$A = 207,875 \times 10^2 = 20787,5$$

$$B = 0,0027589 \times 10^4 = 27,589$$

2. Notation ou écriture scientifique

Définition :

Soit x un nombre relatif et n un entier relatif.

Tout nombre décimal x peut être écrit de manière unique sous la forme $x = a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$.

Cette unique écriture s'appelle l'écriture scientifique (ou encore notation scientifique).

Le nombre a est appelé **mantisse** du nombre x .

Exemple :

- Age de la terre : 4 500 000 000 années = $4,5 \times 10^9$ années.
- Rayon d'un atome : 0,000 000 000 529 m = $5,29 \times 10^{-10}$ m.

Applications :

1. Un vaisseau spatial a mis 20 ans pour faire le voyage planète X-Terre. Sachant que la planète X est située à 4,5 années-lumière de la Terre et qu'une année-lumière est égale à $9,5 \times 10^{12}$ km, calculer la vitesse moyenne de ce vaisseau spatial exprimée en km par an. Donner l'écriture scientifique du résultat.

2. Ecrire le nombre suivant sous la forme du produit d'un entier par une puissance de 10, puis sans utiliser de puissance de 10 :

$$F = 2 \times 10^{-4} \times 3 \times 10^6.$$

3. 170 000 milliards de milliards de milliards est un ordre de grandeur du nombre de manières de jouer les dix premiers coups d'une partie d'échec. Ecrire ce nombre en notation scientifique.

4. Donner un ordre de grandeur du nombre de petits déjeuners pris par un homme pendant toute sa vie sachant que la durée moyenne de vie est de 77 ans.

5. Une année-lumière est la distance parcourue par la lumière pendant une année. La vitesse de la lumière est 300 000 km/s. Donner un ordre de grandeur d'une année-lumière.