



# Proportionnalité et pourcentages

## I. Tableaux de proportionnalité

### 1. Coefficient de proportionnalité

#### EXEMPLE :

Au marché, le raisin est vendu 3,50€ le kilogramme.

Pour 4 kg, on paie 4 fois plus que pour 1 kg, c'est-à-dire 14 €.

En effet,  $4 \times 3,50 = 14$  €.

Pour 0,50 kg, on paie deux fois moins que pour 1 kg, c'est-à-dire 1,75 €.

En effet,  $0,5 \times 3,50 = 1,75$  €.

On dit que le prix, en euros, est **proportionnel** à la masse, en kilogrammes.

On obtient le prix (en euros) en multipliant la masse (en kilogrammes) par 3,5.

Masse (en kg)	1	4	0,5
Prix (en €)	3,50	14	1,75

→  $\times 3,5$

#### REMARQUE :

Dans le tableau ci-dessus, on passe d'un nombre de la première ligne au nombre correspondant

de la deuxième ligne en multipliant par le même nombre.

On dit que ce nombre (3,5) est un **coefficient de proportionnalité** ( il s'agit du prix d'un kilogramme de raisins).

## 2. Multiplication d'une quantité par un nombre

### EXEMPLE 1 :

Le débit d'un robinet est régulier, c'est-à-dire que le nombre de litres qui s'écoulent est proportionnel à la durée d'écoulement. En 5 min, il s'écoule 8 litres d'eau.

En combien de temps s'écoulera-t-il 20 L d'eau ?

$$20 = 8 \times 2,5$$

$$5 \times 2,5 = 12,5$$

Donc il s'écoulera 20 L d'eau du robinet en 12,5 min.

Quantité d'eau (en L)	8	20
Durée (en min)	5	?

Diagram illustrating the multiplication factor of 2,5. Red arrows show the transition from 8 to 20 (multiplied by 2,5) and from 5 to ? (multiplied by 2,5). A purple oval contains the calculation:  $8 \times \blacksquare = 20$  donc  $\blacksquare = \frac{20}{8} = 2,5$ .

### EXEMPLE 2 :

On reprend l'exemple 1 ci-dessus. En 5 min, il s'écoule 8 L d'eau.

Si on laisse le robinet ouvert 60 min, combien de litres d'eau s'écouleront ?

$$60 = 5 \times 12$$

$$8 \times 12 = 96$$

Donc en 60 min, il s'écoulera 96 L d'eau.

Quantité d'eau (en L)	8	?
Durée (en min)	5	60

Diagram illustrating the multiplication factor of 12. Red arrows show the transition from 5 to 60 (multiplied by 12) and from 8 to ? (multiplied by 12). A purple oval contains the calculation:  $5 \times \blacktriangle = 60$  donc  $\blacktriangle = \frac{60}{5} = 12$ .

## 3. Additivité de la proportionnalité

### EXEMPLE :

On reprend l'exemple 1 du paragraphe 2. En 5 min, il s'écoule 8 L et en 12,5 min, il s'écoule 20 L.

$$5 + 12,5 = 17,5 \text{ min} \quad \text{et} \quad 8 + 20 = 28 \text{ L.}$$

Donc en 17,5 min, il s'écoulera 28 litres d'eau.

Quantité d'eau (en L)	8	20	28
Durée (en min)	5	12,5	17,5

## II. Passage par l'unité et pourcentage

### 1. Passage par l'unité

#### EXEMPLE :

Avec 5 kg de peinture, on peut recouvrir 8 m<sup>2</sup> de façade.

- Pour calculer la superficie de façade recouverte avec 9 kg de peinture, on peut procéder ainsi :

- avec 1 kg de peinture, on peut recouvrir 8 m<sup>2</sup> : 5 c'est-à-dire 1,6 m<sup>2</sup>.

- avec 9 kg de peinture, on peut recouvrir  $9 \times 1,6 = 14,4 \text{ m}^2$ .

Masse (en kg)	5	1	9
Superficie (en m <sup>2</sup> )	8	1,6	14,4

- Pour calculer la masse de peinture nécessaire pour 30 m<sup>2</sup> de façade, on peut procéder ainsi :

-pour  $1\text{m}^2$ , il faut  $5\text{ kg} : 8$  c'est-à-dire  $0,625\text{ kg}$  de peinture.

- pour  $30\text{ m}^2$ , il faut  $30 \times 0,625 = 18,75\text{ kg}$ .

On peut aussi utiliser ce tableau de proportionnalité :

Masse (en kg)	5	0,625	18,75
Superficie (en $\text{m}^2$ )	8	1	30



## 2. Appliquer un taux de pourcentage

**Vocabulaire :**

Dire qu'un yaourt aux fruits contient  $14\%$  de fruits signifie que la masse de fruits est proportionnelle à la masse de yaourt et que dans  $100$  grammes de yaourt, il y a  $14$  grammes de fruits.

**Propriété :**

$t$  désigne un nombre. Prendre  $t\%$  d'une quantité, c'est multiplier cette quantité par  $\frac{t}{100}$ .

**EXEMPLE :**

Un yaourt de  $125\text{ g}$  contient  $14\%$  de fruits.

Calculer la masse de fruits dans ce yaourt, c'est prendre  $14\%$  de  $125\text{ g}$ , c'est-à-dire prendre

$$\frac{14}{100} \times 125 = 0,14 \times 125 = 17,5\text{ g}.$$

Donc il y a  $17,5\text{ g}$  de fruits dans ce yaourt de  $125\text{ g}$ .

**Des cas particuliers :**

- Prendre  $50\%$  d'une quantité, c'est prendre la moitié.

- Prendre 25 % d'une quantité, c'est prendre le quart.
- Prendre 75 % d'une quantité, c'est prendre les trois-quarts.

#### EXEMPLE :

25 % des 28 élèves d'une classe de 6° portent des lunettes.

$$\frac{25}{100} \times 28 = \frac{1}{4} \times 28 = 7 \text{ donc } 7 \text{ élèves de cette classe portent des lunettes.}$$