Proportionnalité

I. La quatrième proportionnelle

Propriété :

On considère deux grandeurs proportionnelles et trois valeurs a,b et c données.

On peut déterminer la valeur de x en utilisant la règle de trois (ou le produit en croix).

Grandeur 1	a	c
Grandeur 2	b	x ?

Grandeur 1	b	x ?
Grandeur 2	a	c

Exemple 1 :

Six pots de miel coûtent 21€. On suppose que le prix payé est proportionnel au nombre de pots achetés. Combien coûtent cinq pots ?

- On regroupe les données dans un tableau de proportionnalité :

Nombre de pots	6	5
Prix (en €)	21	x ?

- On détermine x par le calcul en utilisant la règle du produit en croix.

$$x=\frac{21\times\ 5}{6}=\frac{105}{6}=17,5\text{ €}.$$

- On en déduit que cinq pots de miel coûtent 17,5 €.

Exemple 2 :

Un fichier de 225 Mo est téléchargé en 54 secondes.

Combien de temps faut-il pour télécharger dans les mêmes conditions un fichier de 850 Mo ?

- On suppose que le débit de la connexion est constant, c'est-à-dire que la durée de téléchargement est proportionnelle à la taille du fichier.

- On regroupe les données dans un tableau de proportionnalité.

Taille du fichier (en Mo)	225	850
Durée de téléchargement (en s)	54	x ?

- On détermine la valeur de x en utilisant la règle du produit en croix vue en cinquième : $x=\dfrac{54\times\ 850}{225}=\dfrac{45900}{225}=204\,s$.

- On en déduit que la durée de téléchargement d'un fichier d'une capacité de 850 Mo est de 204 secondes.

Remarque :

L'exemple 1 peut également se résoudre en déterminant le prix d'un pot : $21\ :\ 6\ =3,50$ € donc un pot coûte 3,50 euros.

Puis, on détermine le prix de 5 pots : $5\times\ \ 3,50=17,50$ €.

En revanche, ce passage à l'unité est plus délicat dans l'exemple 2.

II. Appliquer la proportionnalité en maths

1.Les pourcentages

Exemple :

Dans un collège de 475 élèves, il y a 323 demi-pensionnaires.

Quel est le pourcentage de demi-pensionnaires dans ce collège ?

On cherche le nombre de demi-pensionnaires pour 100 élèves dans lequel la proportion de demi-pensionnaires serait la même.

- On regroupe les données dans un tableau de proportionnalité.

Nombre de demi-pensionnaires	323	x ?
Nombre d'élèves	475	100

- On détermine x par le calcul : $x=\frac{323\times,100}{475}=68$.
- On en déduit que 68 % des élèves sont demi-pensionnaires dans ce collège.

2.La vitesse moyenne

Définition :

On définit la **vitesse moyenne** v en fonction du temps t et de la vitesse parcourue d.

$v=\frac{d}{t}$.

Exemple :

Lors d'une randonnée en montagne, nous avons parcouru 12,6 km en 4h 30 min.

Quelle a été notre notre vitesse moyenne ?

- Ici, d = 12,6 km et t = 4h 30 min=4,5 h.
- On a donc $v=\frac{d}{t}=\frac{12,6}{4,5}=2,8\,km/h$.

Remarque :

- Il faut veiller à la cohérence des unités dans les applications.

- On passe d'une vitesse en m/s en km/h en multipliant par 3,6.

3. Les grandeurs composées

Exemple :

L'or est un métal qui figure parmi les plus denses. Sa masse volumique est $19,3\,kg/dm^3$.

La banque de France conserve ce métal sous forme de pavés, appelés lingots, de 2,65 dm de hauteur et dont la base a une aire de 0,244 dm².

Combien pèse un tel lingot ?

- Dire que la masse volumique de l'or est de $19,3\,kg/dm^3$ signifie que $1\,dm^3$ d'or pèse 19,3 kg.

- On cherche la masse d'un lingot de volume $V = 2,65 \times\ 0,244 = 0,6466\,dm^3$.

Volume d'or (dm³)	1	0,6466
Masse (kg)	19,3	x ?

- $x = \dfrac{19,3 \times\ 0,6466}{1} = 12,48\,kg$

- Un lingot d'or pèse donc 12,48 kg.