



# Position relatives de droites et plans dans l'espace

## I. Perspective cavalière

Dans une représentation d'un solide en perspective cavalière :

- une figure représentée dans un plan vu de face est représentée en vraie grandeur, sans changer sa forme ;
- deux droites parallèles sont représentées par deux droites parallèles ;
- des points alignés sont représentés par des points alignés ;
- le milieu d'un segment est représenté par le milieu du segment dessiné ;
- les éléments visibles sont en traits pleins, ceux qui sont cachés sont en pointillés ;
- une droite perpendiculaire au plan frontal est représentée par une droite faisant un angle aigu avec l'horizontale du support de représentation ;
- toute longueur sur une telle droite est multipliée par un coefficient inférieur à 1.

## II. Positions relatives de droites et de plans

### 1. Règles d'incidence

**Règles :**

1. Par deux points distincts il passe une unique droite ;
2. Par trois points non alignés A, B, C, il passe un unique plan noté (ABC) ;

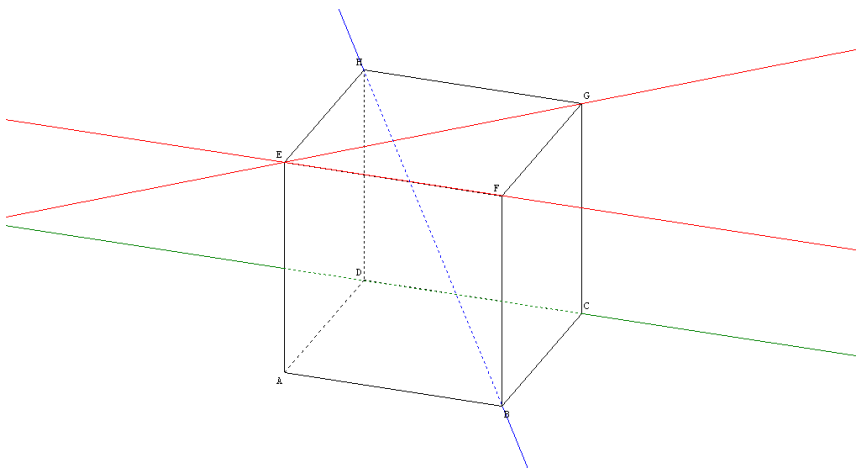
3. Si un plan contient deux points A et B, alors il contient tous les points de la droite (AB) ;
4. Si (d) est une droite et A un point non situé sur (d), il existe un unique plan contenant (d) et A.

## 2.Positions relatives de deux droites

### **Propriété :**

Deux droites peuvent être :

- Coplanaires : elles sont situées dans un même plan (elles sont alors sécantes ou parallèles)
- Non coplanaires : et dans ce cas elles n'ont aucun point en commun.



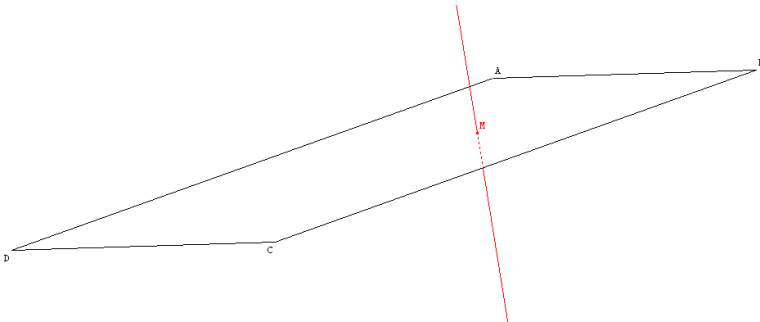
## 3.Positions relatives d'une droite et d'un plan

### **Propriété :**

Une droite peut être :

- Contenue dans un plan si elle passe par deux points du plan ;

- Sécante au plan, si elle n'a qu'un seul point commun avec ce plan (voir ci-contre) ;
- Parallèle au plan si elle n'a aucun point commun avec le plan.

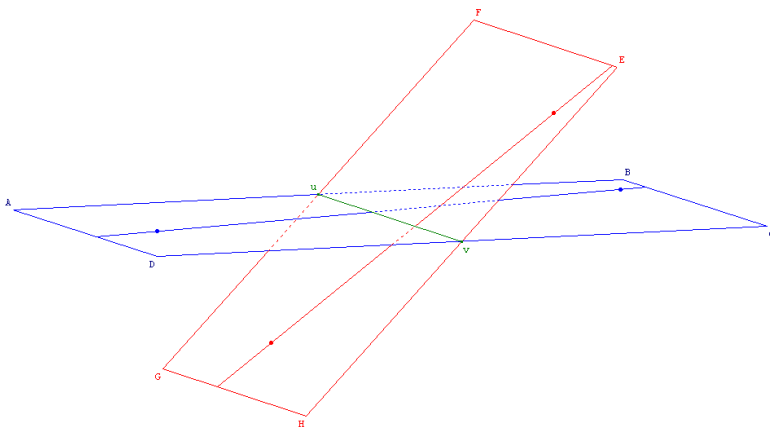


#### **4.Position relatives de deux plans**

##### **Propriété :**

Deux plans sont soit parallèles, s'ils n'ont aucun point en commun, soit sécants et dans ce cas leur intersection est une droite (ils ont donc une infinité de points d'intersection).

##### **Exemple de plans sécants, selon la droite (UV).**



### **III- Parallélisme dans l'espace**

#### **1.Parallélisme entre des droites**

##### **Propriétés :**

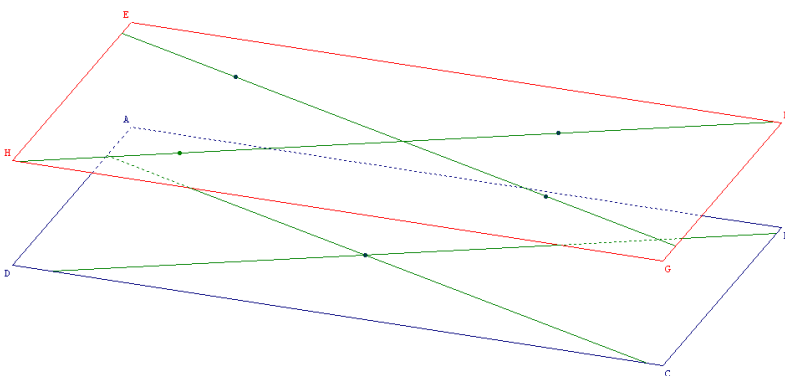
- Si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.
- Si deux droites sont parallèles alors tout plan qui coupe l'une coupe aussi l'autre.

## 2.Parallélisme entre deux plans

### Propriétés :

- Si deux plans sont parallèles alors tout plan parallèle à l'un est aussi parallèle à l'autre.
- Si deux droites sécantes ( $d$ ) et ( $d'$ ) du plan ( $P$ ) sont parallèles à deux droites sécantes et du plan ( $P'$ ) alors les deux plans ( $P$ ) et ( $P'$ ) sont parallèles.
- Si deux plans ( $P$ ) et ( $P'$ ) sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un coupe aussi l'autre et les droites d'intersection ( $d$ ) et ( $d'$ ) sont parallèles.

### Exemple de plans parallèles déterminés par deux paires de droites sécantes.



## 2.Parallélisme entre droites et plans

### Propriétés :

- Si deux plans sont parallèles et si une droite est parallèle au premier plan alors elle est aussi parallèle au second.
- Si la droite ( $d$ ) est parallèle au plan ( $P$ ) alors tout plan contenant ( $d$ ) et sécant à ( $P$ ) le coupe selon une droite parallèle à ( $d$ ). Démonstration
- Si la droite ( $d$ ) est parallèle à une droite du plan ( $P$ ) alors ( $d$ ) est parallèle au plan ( $P$ ). Démonstration
- Si les plans ( $P$ ) et ( $P'$ ) sont sécants selon la droite et si ( $d$ ) est une droite parallèle aux deux plans ( $P$ ) et ( $P'$ ) alors les droites ( $d$ ) et ( $d'$ ) sont parallèles.

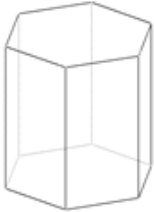



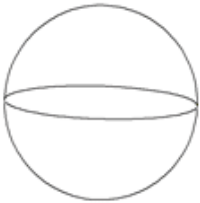
## **IV. Calculs en géométrie dans l'espace**

### **1. Orthogonalité entre droite et plan**

#### **Propriété :**

- Une droite est perpendiculaire à un plan si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.
- Si une droite est perpendiculaire à un plan alors elle est orthogonale à toutes les droites de ce plan.

### **2. Aires et volumes des solides classiques**

Prisme droit	Pyramide	Cylindre	Cône	Sphère
				
$V = A_{\text{base}} \times \text{hauteur}$	$V = \frac{1}{3} A_{\text{base}} \times \text{hauteur}$	$V = \pi R^2 h$	$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$	$V = \frac{4}{3} \pi R^3$ $S = 4\pi R^2$