Parallélogramme

I. Le parallélogramme

1.Définition

Définition :

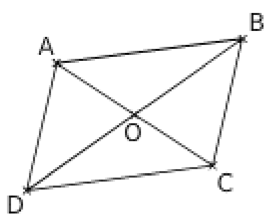
C' est un quadrilatère ayant ses côtés opposées parallèles deux à deux.

Exemple :

Les droites (AB) et (DC) sont parallèles.

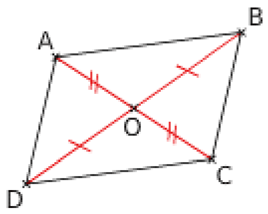
Les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.



Propriété :

Le **centre de symétrie** est le point O qui correspond au **point d'intersection de ses diagonales**.



Remarque :

Le point O est le centre de symétrie du parallélogramme ABCD.

L'image du segment [AB] par la symétrie de centre O est le segment [DC].

L'image de l'angle $\widehat{DAB}$ par la symétrie de centre O est l'angle $\widehat{BCD}$.

Propriété :

Les diagonales de cette figure se coupent en leur milieu.

Preuve :

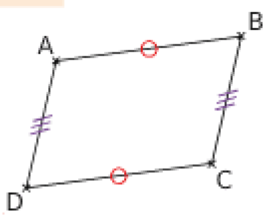
Si un quadrilatère est un parallélogramme alors son centre de symétrie est le point d'intersection des diagonales.

Par définition du centre de symétrie, on en déduit que O est le milieu de [AC] et O est le milieu de [BD].

Par conséquent, les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu O qui est le centre de symétrie du parallélogramme.

Propriété :

Les **côtés opposés** d'un parallélogramme ont la **même longueur**.



Preuve :

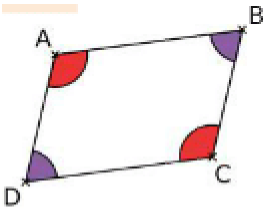
Si un quadrilatère est un parallélogramme alors son centre de symétrie est le point d'intersection des diagonales.

Le symétrique du segment [AB] est [DC] et le symétrique du segment [AD] est [BC].

La symétrie centrale conserve les longueurs de segments donc AB=DC et AD=BC.

Propriété :

Les angles opposés d'un parallélogramme ont la même mesure.



Preuve :

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors son centre de symétrie est le point d'intersection des diagonales.

L'mage de l'angle $\widehat{A}$ par la symétrie de centre O est l'angle $\widehat{C}$.

L'image de l'angle $\widehat{B}$ par la symétrie de centre O est l'angle $\widehat{D}$.

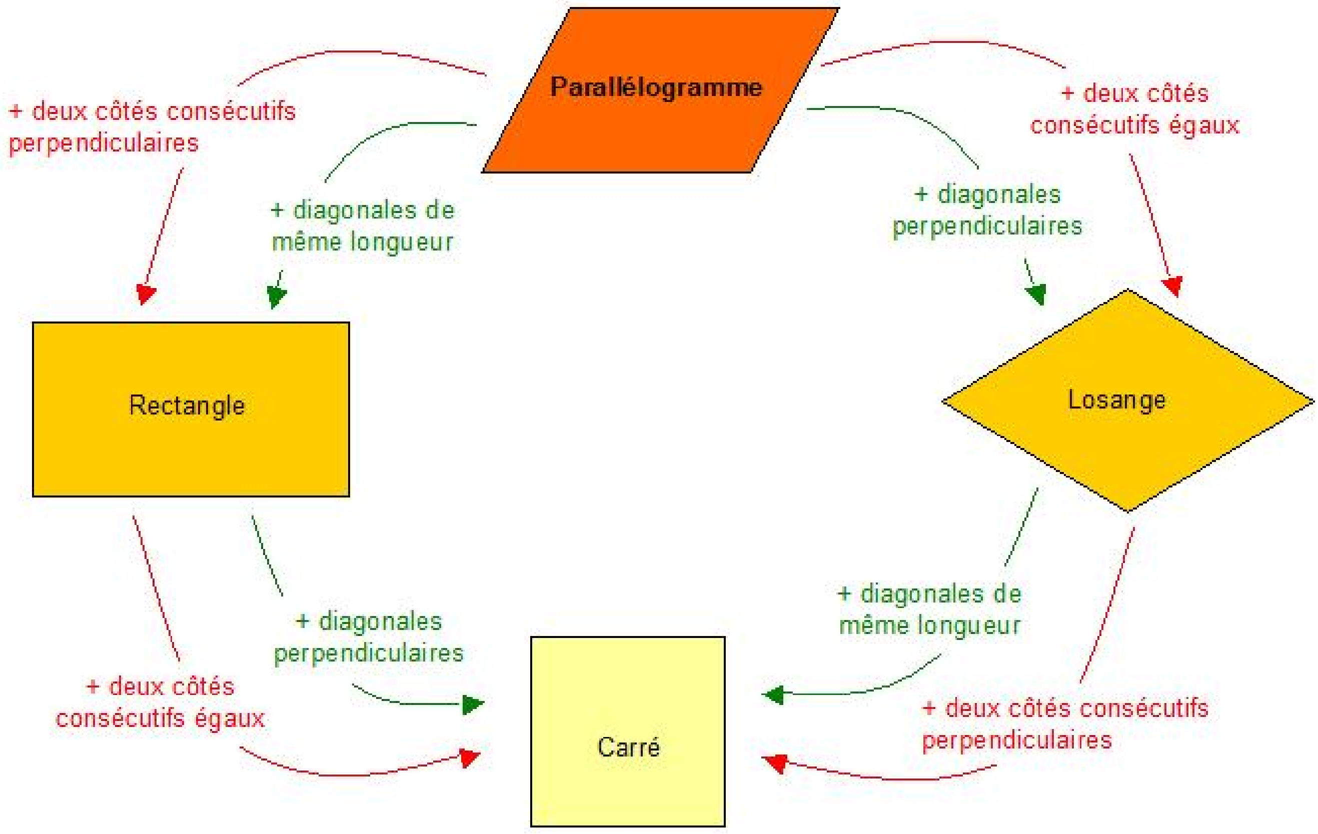
La symétrie centrale conserve les mesures d'angles donc $\widehat{A}=\widehat{C}$ et $\widehat{B}=\widehat{D}$.

II.Les parallélogrammes particuliers

Définition :

Un rectangle, un losange et un carré sont des parallélogrammes particuliers.

Un carré est à la fois un losange et un rectangle, il cumule toutes les propriétés du losange et du rectangle.



Application :

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ?

1. Un parallélogramme a deux axes de symétrie.
2. Si E et F sont les symétriques respectifs de G et H par rapport à ,alors EFGH est un parallélogramme de centre O.
3. Un parallélogramme a quatre angles égaux.
4. Si un quadrilatère a trois angles droits, alors c'est un rectangle.
5. Si un quadrilatère a trois côtés égaux, alors c'est un losange.