



Les équations

La résolution de l'**équation** du premier degré à une inconnue dans un **cours de maths en 3ème** et l'étude de problèmes menant à une équation est opportun pour l'évolution de l'élève. Nous verrons les différentes propriétés de résolution d'une équation.

L'élève devra connaître la définition d'une équation et savoir utiliser les différentes propriétés pour la résoudre. Il doit aussi résoudre des équations-produits et des équations du type $x^2=a$ (avec a un nombre relatif). Nous terminerons ce chapitre avec des problèmes concrets de la vie courante en troisième.

I. L'équation du premier degré à une inconnue

Propriété :

On ne modifie une égalité si on ajoute (ou retranche) un même nombre à chaque membre de l'équation.

On ne modifie une égalité si on multiplie (ou divise) chaque membre de l'équation par un même nombre non nul.

Exemple :

Résoudre l'équation $7x + 2 = 4x + 9$.

$$7x + 2 - 4x = 4x + 9 - 4x$$

$$3x + 2 = 9$$

$$3x + 2 - 2 = 9 - 2$$

$$3x = 7$$

$$x = \frac{7}{3}$$

La solution de cette équation est $x = \frac{7}{3}$.

II. Les équations-produits

Propriété :

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si, un des facteurs, au moins, est nul.

$A \times B = 0$ équivaut à $A = 0$ ou $B = 0$.

Exemples :

Résoudre les équations suivantes :

1. $(x - 3)(2x + 6) = 0$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs, au moins, est nul.

Par conséquent :

$$\begin{array}{l} x - 3 = 0 \\ x = 3 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{l} 2x + 6 = 0 \\ 2x = -6 \\ x = -\frac{6}{2} = -3 \end{array}$$

Les deux solutions de cette équation sont $x=3$ et $x= - 3$.

2. $(x + 1)(2x - 7) + (x + 1)(3x + 2) = 0$
 $(x + 1)[(2x - 7) + (3x + 2)] = 0$
 $(x + 1)(5x - 5) = 0$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs, au moins, est nul.

Par conséquent :

$$\begin{array}{l} x + 1 = 0 \\ x = -1 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{l} 5x - 5 = 0 \\ 5x = 5 \\ x = 1 \end{array}$$

Les deux solutions de cette équations sont $x = -1$ et $x = 1$.

III. Résolution de problèmes et d'équations

Exercice n° 1 :

Trouver 3 nombres entiers **consécutifs** dont la somme est égale à 984.

On posera comme inconnue le plus petit nombre.

On note x le plus petit nombre alors :

$$x, +x + 1 + x + 2 = 984$$

$$3x + 3 = 984$$

$$3x = 984 - 3$$

$$3x = 981$$

$$x = \frac{981}{3}$$

$$x = 327$$

Les trois nombres recherchés sont 327, 328 et 329.

Exercice n° 2 :

Un club de sport propose la formule suivante : une carte d'adhérent de 12 € puis l'utilisation de la salle de gymnastique facturée 4,50 € l'heure.

Désignons par x le nombre d'heure d'utilisation de la salle de gymnastique.

Déterminer le prix à payer en fonction du nombre d'heure d'utilisation.

Au bout de combien d'heure d'utilisation le prix à payer est de 79,50 € ?

Nous avons :

$$12 + 4,5x = 79,5$$

$$4,5x = 79,5 - 12$$

$$4,5x = 67,5$$

$$x = \frac{67,5}{4,5}$$

$$x = 15$$

Au bout de la quinzième heure, le prix à payer sera de 79,50 euros.

Exercice n° 3 :

Le réservoir d'une voiture est plein au un tiers. On rajoute 42 litres pour le remplir.

Quelle est sa contenance ?

On choisira comme inconnue la contenance totale du réservoir.

Soit x la contenance en litre de ce réservoir.

$$\frac{1}{3}x + 42 = x$$

$$\frac{1}{3}x - x = -42$$

$$-\frac{2}{3}x = -42$$

$$\frac{2}{3}x = 42$$

$$x = \frac{42 \times 3}{2} = 63 L$$

Ce réservoir a une contenance de 63 litres.