Fonctions usuelles

I. Les fonctions linéaires :

1.Définition :

Définition:

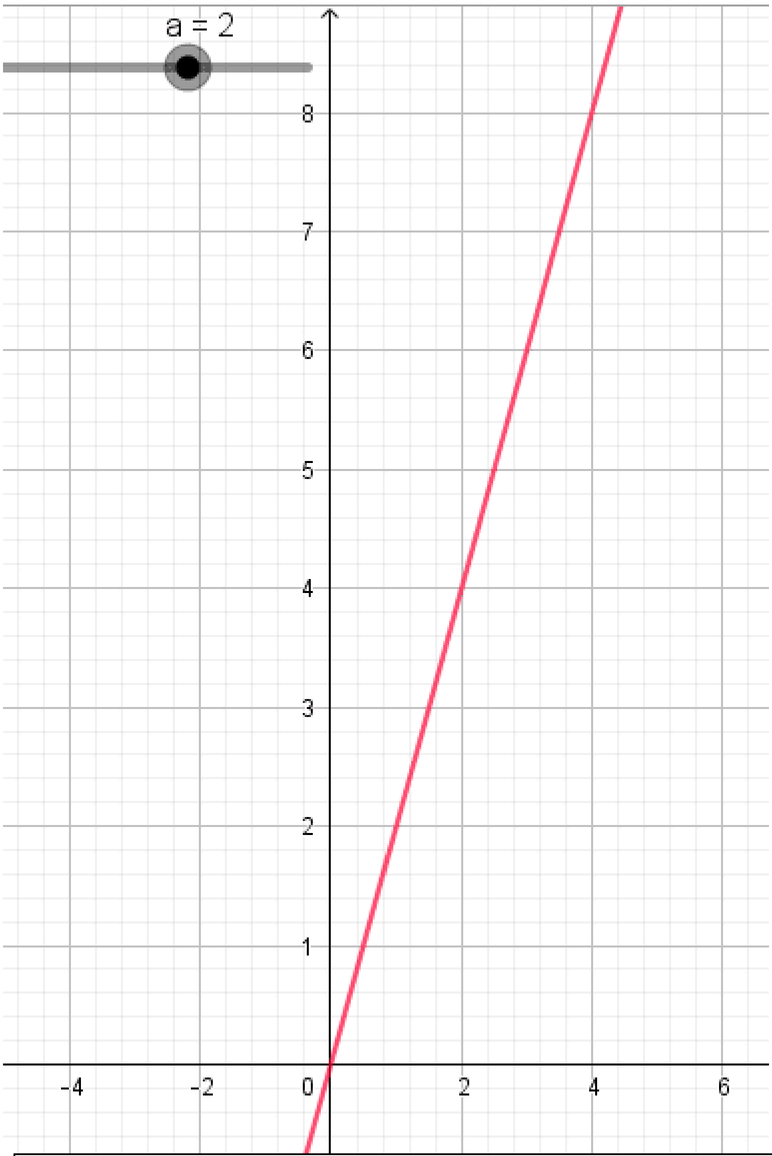
On appelle **fonction linéaire**, toute fonction définie par :

$\begin{array}{c} f : \mathbb{R} arrow \mathbb{R} \\ x \mapsto ax \end{array}$ où a est un réel donné.

2.Représentation graphique

Propriété :

Dans un repère orthonormé du plan , la représentation graphique d'une fonction linéaire définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{array}{c} f : \mathbb{R} arrow \mathbb{R} \\ x \mapsto ax \end{array}$ est la droite D d'équation $y = ax$ passant par l'origine du repère (a est un réel donné).



Propriétés :

- Si a = 0, la fonction linéaire est la fonction nulle sur $\mathbb{R}$, nous avons pour tout x, f(x)=0.
- Si a>0 , la fonction linéaire est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- Si a<0 , la fonction linéaire est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

3.Propriété caractéristique des fonctions linéaires

Propriété :

Si *f* est une fonction linéaire, alors quels que soient les réels *m* et *p*, le taux de variation entre m et p est constant.

Plus précisément, si , alors, quels que soient les réels *m* et *p* : $a = \dfrac{f(m) - f(p)}{m - p}$.

Ce nombre *a* constant est le **coefficient directeur** de la droite D représentative de la fonction *f*.

II. Les fonctions affines :

1.Définition :

Définition :

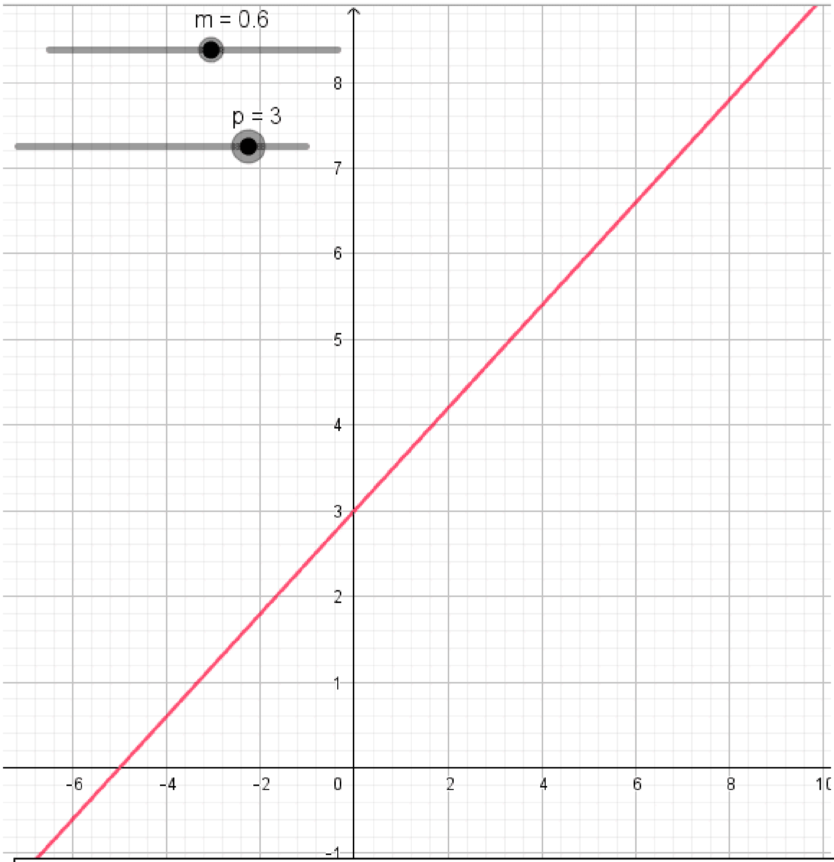
On appelle fonction affine, toute fonction définie par :

$\begin{array}{c} f : \mathbb{R} arrow \mathbb{R} \\ x \mapsto mx + p \end{array}$ où *m* et *p* sont des réels donnés.

2.Représentation graphique

Propriété :

Dans un repère orthonormé du plan , la représentation graphique d'une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{array}{c} f : \mathbb{R} arrow \mathbb{R} \\ x \mapsto mx + p \end{array}$ est la droite D d'équation $y = mx + p$ où *m* et *p* sont des réels donnés.



Propriété :

- Si m = 0, la fonction affine est une fonction constante sur $\mathbb{R}$, nous avons pour tout x, f(x)=p.
- Si m>0 , la fonction affine est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- Si m<0 , la fonction affine est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

3.Propriété caractéristique des fonctions affines

Propriété :

Si *f* est une fonction affine, alors quels que soient les réels *a* et *b*, le taux de variation entre a et b est constant.

Plus précisément, si , alors, quels que soient les réels *a* et *b* : $m = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Ce nombre *m* constant est le **coefficient directeur** de la droite D représentative de la fonction *f*.

Le nombre p est appelé l'**ordonnée à l'origine**. Nous avons p=f(0).

4.Fonctions affines particulières:

Propriétés :

Si p=0 alors la fonction affine est *linéaire*.

Dans ce cas *f(x)* est proportionnel *x* (*m* est le coefficient de proportionnalité).

Les graphiques des fonctions linéaires sont des droites qui passent par l'origine du repère . Elles ont pour équation: y=mx.

Si m=0 alors la fonction affine est *constante* . Nous avons pour tout x, f(x)=p.

Les graphiques des fonctions constantes sont des droites parallèles à l'axe des abscisses . Elles ont pour équation: y=p.

III. La fonction carrée :

1.Définition :

Définition :

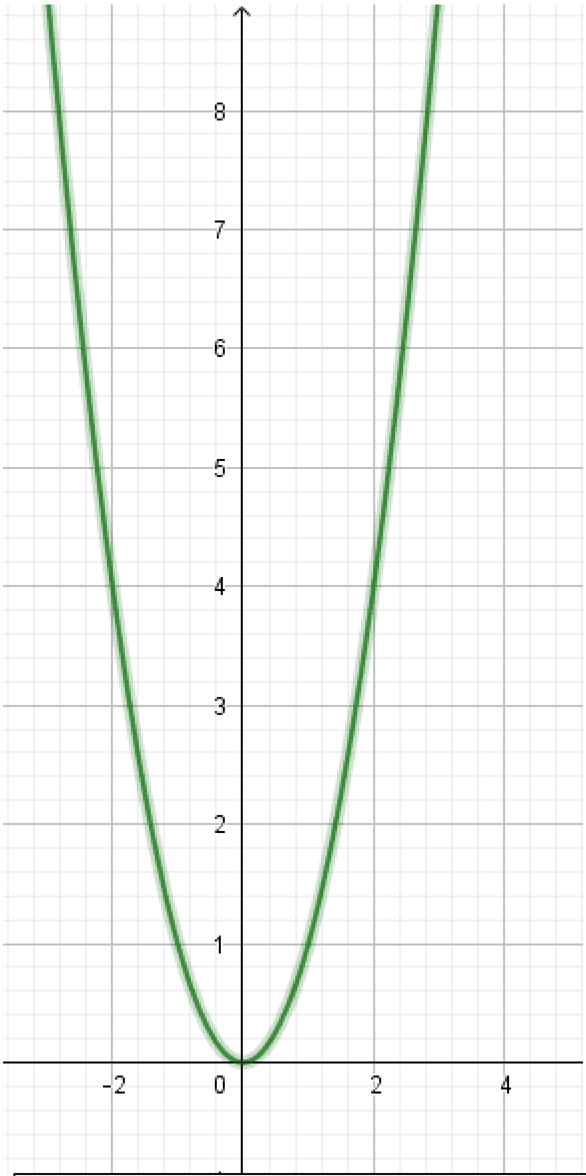
On appelle **fonction carrée**, toute fonction définie par :

$$\begin{array}{l} f : \mathbb{R}arrow\,\mathbb{R} \\ x \mapsto x^2 \end{array} .$$

2.Représentation graphique

Propriétés :

Dans un repère orthonormé du plan , la représentation graphique de la fonction carrée définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{array}{c} f : \mathbb{R} arrow \, \mathbb{R} \\ x \mapsto x^2 \end{array}$ est la droite **parabole** d'équation $y = x^2$.



Propriété :

- La fonction carrée est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.
- La fonction carrée est strictement décroissante sur $]-\infty; 0]$.

IV. La fonction cube :

1.Définition :

Définition :

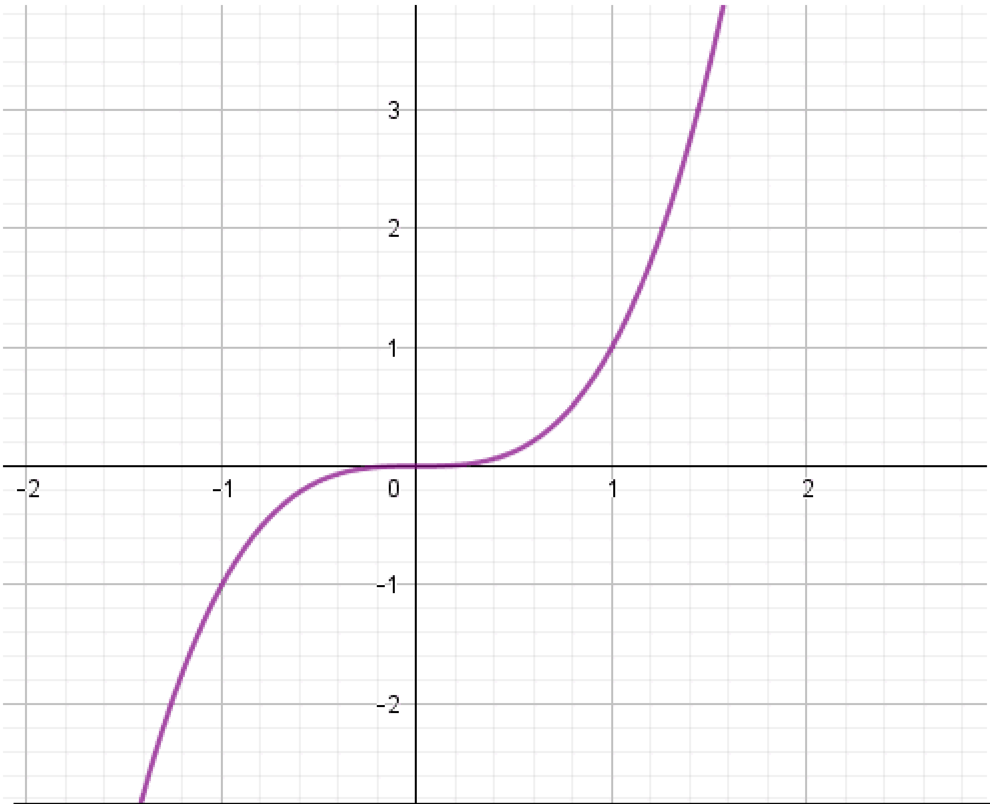
On appelle **fonction cube**, toute fonction définie par :

$$\begin{array}{l} \quad f:\mathbb{R}arrow\mathbb{R} \\ x \mapsto x^3 \end{array}.$$

2.Représentation graphique

Propriété :

Dans un repère orthonormé du plan , la représentation graphique de la fonction cube définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{array}{l} \quad f:\mathbb{R}arrow\mathbb{R} \\ x \mapsto x^3 \end{array}$ est la courbe d'équation $y = x^3$.



Propriété :

- La fonction cube est strictement croissante sur $[0;+\infty[$.
- La fonction cube est strictement croissante sur $]-\infty;0]$.

V. La fonction inverse :

1.Définition :

Définition :

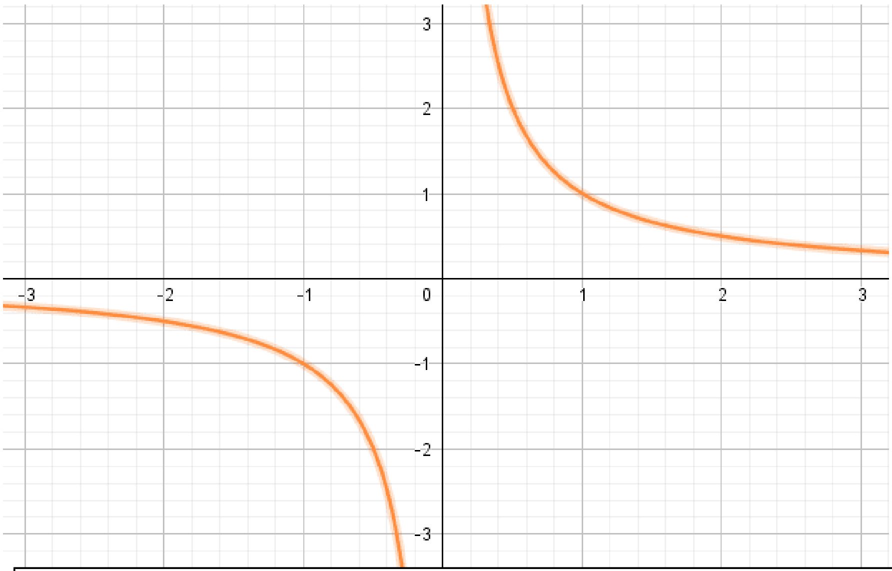
On appelle **fonction inverse**, toute fonction définie par :

$$\begin{array}{l} f : \mathbb{R}^* arrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \dfrac{1}{x} \end{array}.$$

2.Représentation graphique

Propriété :

Dans un repère orthonormé du plan , la représentation graphique de la **fonction inverse** définie sur $\mathbb{R}^*$ par $\begin{array}{l} f : \mathbb{R}^* arrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \dfrac{1}{x} \end{array}$ est la courbe d'équation $y = \dfrac{1}{x}$.



Propriété :

- La fonction inverse est strictement décroissante sur $[0;+\infty[$.
- La fonction cube est strictement décroissante sur $]-\infty;0]$.