



Fonctions linéaires

I. Les fonctions linéaires :

1. Définition et vocabulaire

Définition :

Soit « a » un nombre fixé. En associant à chaque nombre « x » un nombre « ax » appelé « image de x », on définit **une fonction linéaire** de coefficient a.

On notera cette fonction ainsi : $f : x \mapsto ax$

L'image de x sera notée : f(x).

x est appelé l'antécédent de f(x)

Exemple :

Soit f est la fonction linéaire de coefficient 2.

On la note : $f : x \mapsto 2x$

alors :

- L'image de 5 est : $f(5) = 2 \times 5 = 10$.
- L'image de (-3) est : $f(-3) = 2 \times (-3) = -6$.
- L'image de 1 est : $f(1) = 2 \times 1 = 2$.

Remarque :

On peut regrouper ces résultats dans un tableau :

x	5	-3	1
f(x)	10	-6	2

C'est un tableau de proportionnalité. Et le coefficient de proportionnalité qui permet d'exprimer $f(x)$ en fonction de x est 2 ! D'où l'égalité : $f(x) = 2x$.

2.Représentation graphique :

Propriété et vocabulaire :

Soit f la fonction linéaire définie par : $f : x \mapsto ax$ L'ensemble des points de coordonnées $(x ; ax)$ est appelé représentation graphique de la fonction linéaire.

Dans un repère, cette représentation est la droite passant par :

- L'origine du repère.
- Le point de coordonnées $(1 ; a)$.

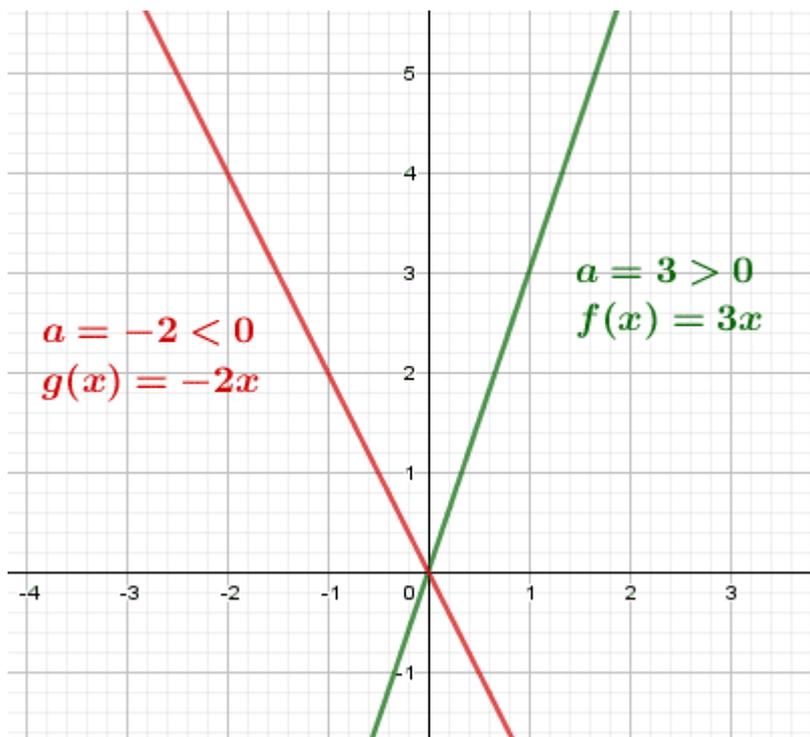
On dit que cette droite a pour équation : $y = ax$.

« a » est le **coefficient directeur** de la droite. Il indique « l'inclinaison » de la droite.

3.Sens de variation d'une fonction linéaire :

Propriété :

- Si $a > 0$ alors la fonction linéaire est croissante;
- Si $a < 0$ alors la fonction linéaire est décroissante.



Remarque :

Si $a = 0$, la représentation la droite se confond avec l'axe des abscisses.

II. Fonctions linéaires et pourcentages

1. Pourcentages d'augmentation et de diminution

Propriété :

- Augmenter un nombre de t % revient à multiplier ce nombre par $k = 1 + \frac{t}{100}$.
- Diminuer un nombre de t % revient à multiplier ce nombre par $k = 1 - \frac{t}{100}$.

Exemples :

Si une boîte de 400 g est vendue avec 25% de produit en plus, sa nouvelle masse (en g) est :

$$m = 400 \times \left(1 + \frac{4}{100}\right) = 400 \times 1,25 = 500, \text{ c'est à dire } m = 500 \text{ g.}$$

- En France, une baisse de 4% a été enregistrée sur un effectif annuel de 750 000 naissances.
Le nouvel effectif est :

$$N = 750\,000 \times \left(1 - \frac{4}{100}\right) = 750\,000 \times 0,96 = 720\,000 \text{ c'est à dire } N = 720\,000.$$

2.Application des pourcentages aux fonctions linéaires

	Prendre 5% de x .	Augmenter x de 5%.	Diminuer x de 5%.
Calcul à effectuer	Multiplier par 0,05	Multiplier par 1,05	Multiplier par 0,95
Fonction linéaire	$f : x \mapsto 0,05x$	$g : x \mapsto 1,05x$	$h : x \mapsto 0,95x$
Exemple :	Prendre 5% de 20 : $f(20) = 0,05 \times 20 = 1$	Augmenter 20 de 5% : $g(20) = 1,05 \times 20 = 21$	Diminuer 20 de 5% : $h(20) = 0,95 \times 20 = 19$

Propriété :

De manière générale, on peut associer une fonction linéaire à toute variation de k %. Notons la fonction f qui à la valeur x de départ associe la valeur $f(x)$ après variation.

- Pour une augmentation de k %, nous avons $f(x) = \left(1 + \frac{k}{100}\right)x$.
- Pour une réduction de k %, nous avons $f(x) = \left(1 - \frac{k}{100}\right)x$.