Fonctions

EXERCICE 1 :

1)Recopier et compléter les phrases suivantes.

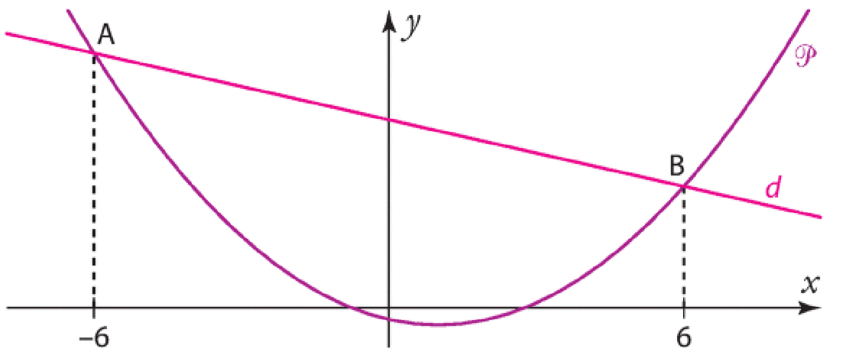
a) " La parabole P et la droite d se coupent en ...".

b)" La parabole P est située strictement au-dessus de la droite d sur ...".

"La parabole P est située strictement en-dessous de la droite d sur ...".

2)En déduire les solutions des équations et inéquations.

a) f(x) = g(x). b) f(x)>g(x). c) f(x) < g(x).

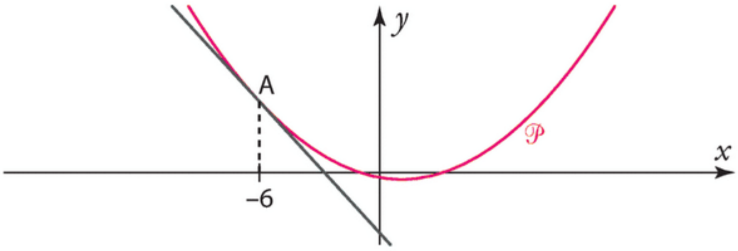


EXERCICE 2 :

1)Etudier la position relative de la parabole P et de la droite d.

2)En déduire les solutions des équations et des inéquations suivantes :

a) f(x) = g(x). b) f(x)>g(x). c) f(x) < g(x).



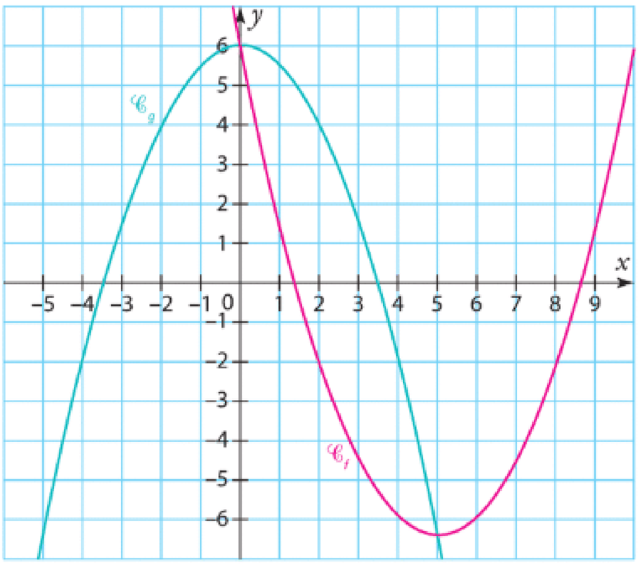
EXERCICE 3 :

Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ dont les courbes C_f et C_g sont représentées ci-dessous dans un repère du plan.

1)Etudier la position relative des courbes C_f et C_g .

2) En déduire les solutions des équations et inéquations suivantes.

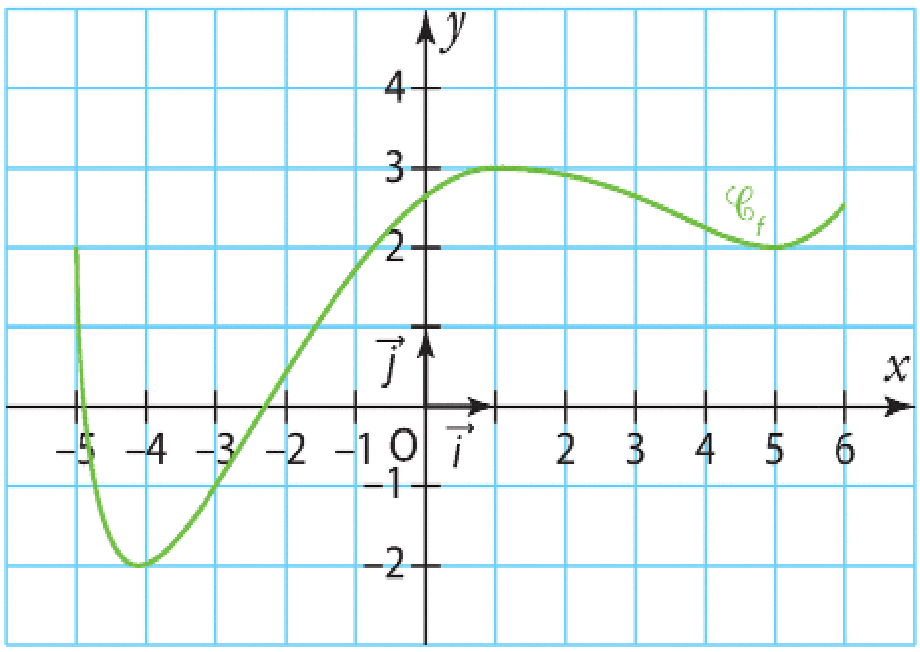
a) f(x) = g(x). b) f(x)>g(x). c) f(x) < g(x).



EXERCICE 4 :

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle [- 5 ; 6].

La courbe représentative de f est tracée ci-dessous dans un repère du plan.



1)Décrire les variations de f sur [- 5 ; 6].

2) En déduire le tableau de signes de la fonction dérivée f ' sur [- 5 ; 6].

EXERCICE 5 :

Soit g une fonction dérivable sur $]0;+\infty[$ et g ' sa dérivée.

On donne le tableau de signes de g '.

x	0		3		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		−	0	−	

La fonction g admet-elle un extremum local ?

Si oui, est-ce un maximum ?

EXERCICE 6 :

Soit g une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et g ' sa dérivée.

On donne le tableau de signes de g '.

x	$-\infty$		-8		1		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		−	0	+	0	+	

1)La fonction g admet-elle un minimum local ?

Si oui, en quelle valeur ?

2)La fonction g admet-elle un maximum local ?

Si oui, en quelle valeur?

EXERCICE 7 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{3}{4}x^2 - 15x + 100$.

1)Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et calculer f ' (x) pour tout réel x.

2)Dresser le tableau de signes de f ' (x) sur $\mathbb{R}$.

3)En déduire que f admet un extremum local en une valeur que l'on déterminera.

EXERCICE 8 :

On a le tableau de variations d'une fonction g définie et dérivable sur [- 5 ; 8].

x	-5	-2	3	8
Variations de g	1 ↗	9 ↘	-1 ↗	0

a)Donner un encadrement de g(x) lorsque $3 \leq x \leq 8$.

b)Donner un encadrement de g(x) lorsque $-2 \leq x \leq 3$.

c)Donner un encadrement de g(x) lorsque $-5 \leq x \leq 3$.

d) Soient a et b deux réels tels que $-5 \leq a < b \leq -2$.

e) Soient a et b deux réels tels que $-2 \leq a < b \leq 3$.

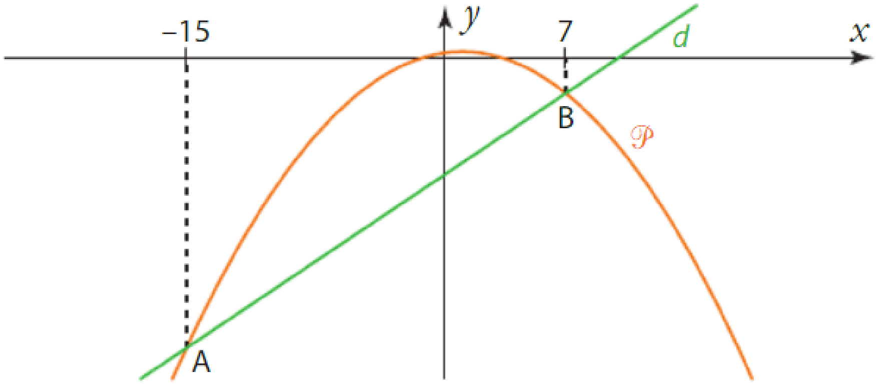
Comparer g(a) et g(b).

f) Soit $a \in [-5; -2]$ et $b \in [3; 8]$. Comparer g(a) et g(b).

EXERCICE 9 :

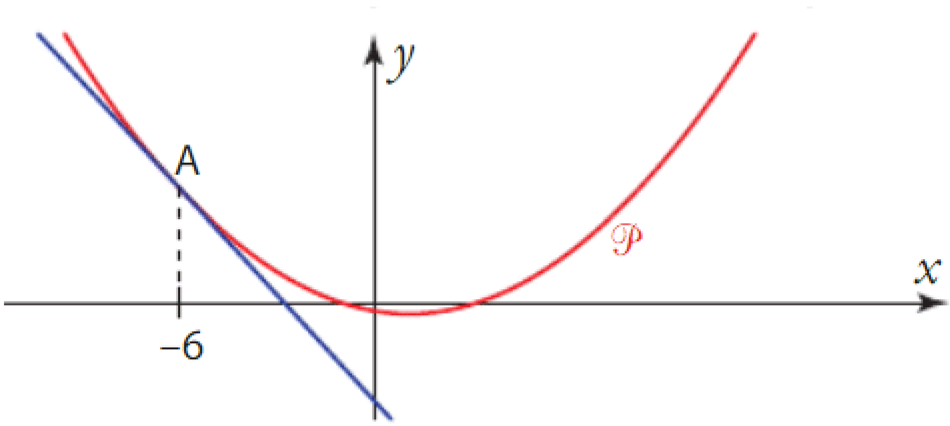
1. Etudier la position relative de la parabole P et de la droite d.
2. En déduire les solutions des équations et inéquations.

a) f(x) = g(x)
b) f(x) > g(x)
c) f(x) < g(x)



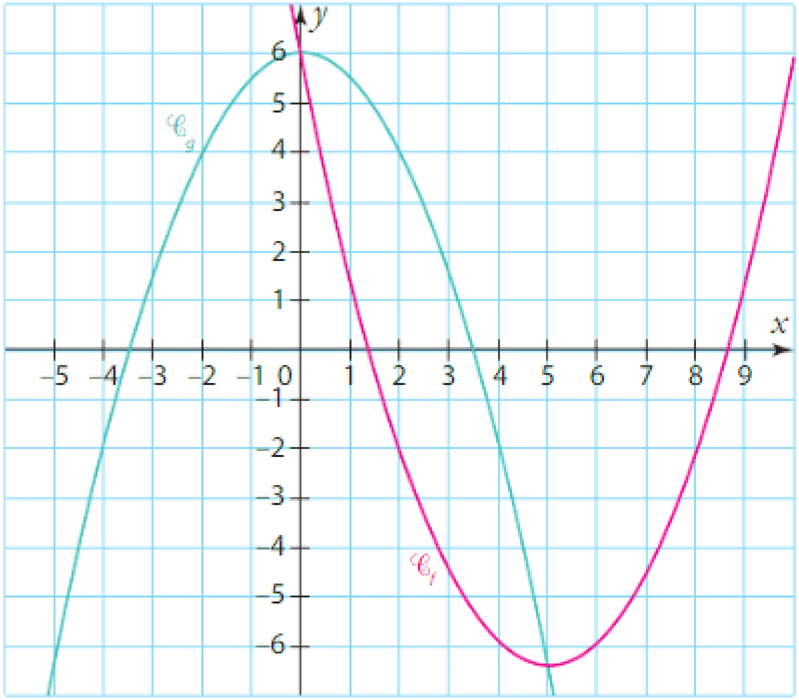
EXERCICE 10 :

1.Étudier la position relative de la parabole P et de la droite d.
2.En déduire les solutions des équations et inéquations suivantes :
a) f(x) = g(x)
b) f(x) > g(x)
c) f(x) < g(x)



EXERCICE 11 :

Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ dont les courbes C_f et C_g sont représentées ci-dessous dans un repère du plan.
1 . Étudier la position relative des courbes C_f et C_g.
2. En déduire les solutions des équations et inéquations suivantes.
a) f(x) = g(x)
b) f(x) > g(x)
c) f(x)< g(x)



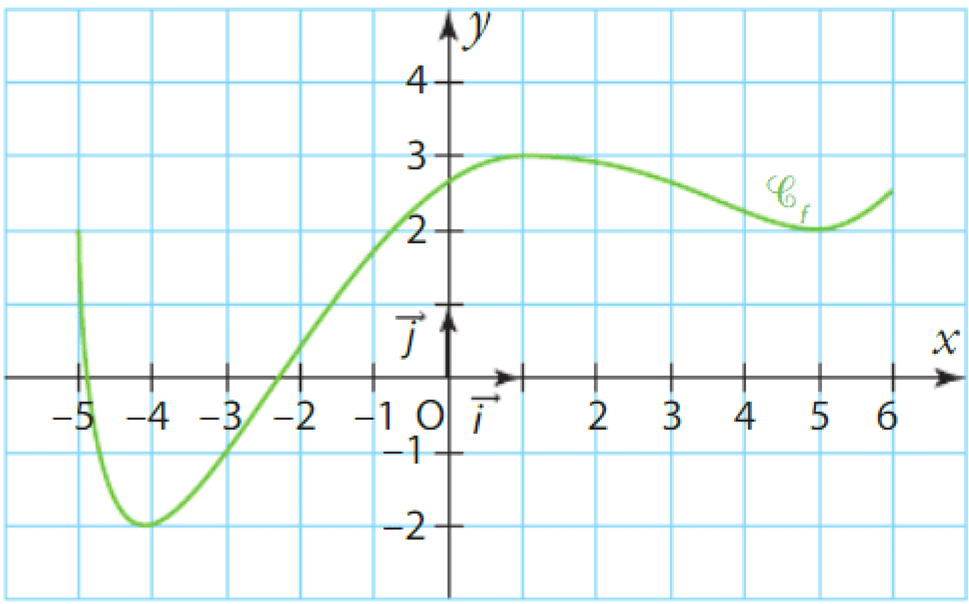
EXERCICE 12 :

Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x + 7$ et $g(x) = 5x - 9$.
1. Montrer, que pour tout réel x, $f(x) - g(x) = x^2 - 8x + 16$.
2. Étudier, selon les valeurs de x, le signe de f(x) — g(x).
3. En déduire la position relative des courbes C_f et C_g.

EXERCICE 13 :

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle [- 5 ; 6].

La courbe représentative de f est tracée ci-dessous dans un repère du plan.



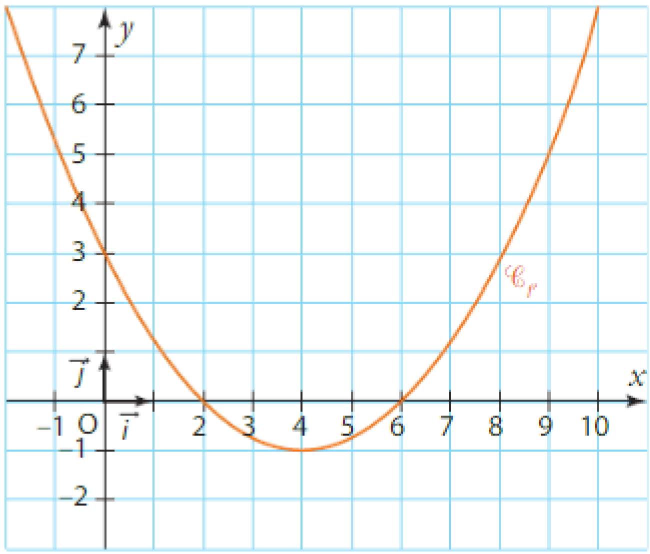
1.Décrire les variations de f sur [- 5 ; 6].
2.En déduire le tableau de signes de la fonction dérivée f' sur [-5 ; 6].

EXERCICE 14 :

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle [- 2 ; 10].

Sa dérivée est la fonction f' représentée par la courbe ci-dessous dans un repère du plan.
1 . Lire graphiquement le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x de l'intervalle [- 2 ; 10].

Et présenter vos résultats dans un tableau de signes.
2. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [- 2 ; 10].



EXERCICE 15 :

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et f' sa dérivée. On donne le tableau de signes de f'.

x	$-\infty$		5		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		+	0	−	

La fonction f admet-elle un extremum local ? Si oui, est-ce un maximum ou un minimum ?

EXERCICE 16 :

Soit g une fonction dérivable sur $]0;+\infty[$ et g' sa dérivée.

On donne le tableau de signes de g'.

x	0		3		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		$-$	0	$-$	

La fonction g admet-elle un extremum local ? Si oui, est-ce un maximum ou un minimum ?

EXERCICE 17 :

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f\,'$ sa dérivée.

x	$-\infty$		-2		-1		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On donne le tableau de signes de $f\,'$.
1. La fonction f admet-elle un minimum local ? Si oui, en quelle valeur ?
2. La fonction f admet-elle un maximum local ? Si oui, en quelle valeur ?

EXERCICE 18 :

Soit g une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et g' sa dérivée.
On donne le tableau de signes de g'.

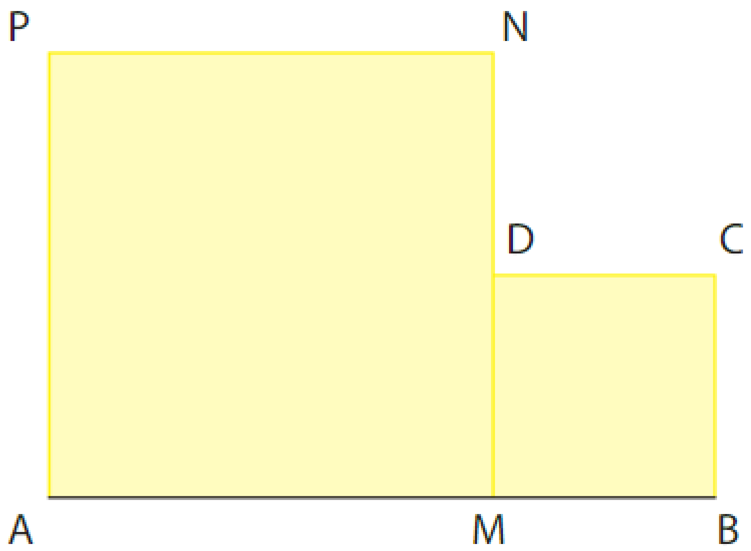
x	$-\infty$		-8		1		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

1. La fonction g admet-elle un minimum local ? Si oui, en quelle valeur ?
La fonction g admet-elle un maximum local ? Si oui, en quelle valeur ?

EXERCICE 19 :

Soit un segment [AB] de longueur 10 et M un point de ce segment.
Du même côté de ce segment, on construit deux carrés AMNP et MBCD.

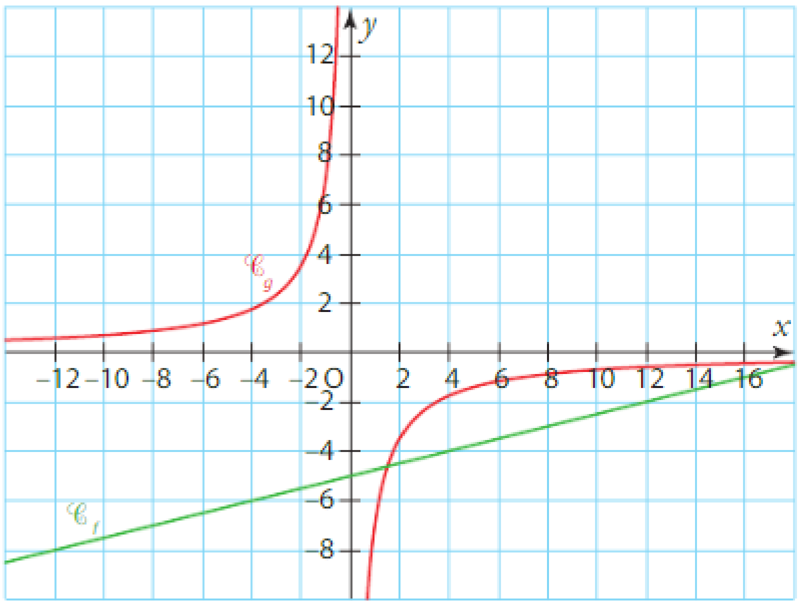
On pose AM = x et on étudie l'aire du domaine formé par ces deux carrés en fonction de x.



1.A quel intervalle I appartient le réel x ?
2. Soit f(x) l'aire du domaine.
Montrer que, pour tout réel x de I, on a:
$f(x) = 2x^2 - 20x + 100.$
3. Justifier que la fonction f est dérivable sur I et déterminer $f'(x)$pour tout x de I.
4. En déduire les variations de f sur I et la valeur de x pour laquelle l'aire du domaine est minimale.

EXERCICE 20 :

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{4}x - 5$ et g une fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x) = -\frac{7}{x}$.
a) Montrer que, pour tout réel x non nul :
$f(x) - g(x) = \frac{\frac{1}{4}x^2 - 5x + 7}{x}$.
b) Étudier, selon les valeurs de x, le signe de f(x) — g(x).
c) En déduire la position relative des courbes C_f et C_g.



EXERCICE 21 :

On a le tableau de variations d'une fonction g définie et dérivable sur [- 5 ; 8] :

x	-5	-2	3	8
Variations de g	1 ↗	9 ↘	-1 ↗	0

a) Donner un encadrement de $g(x)$ lorsque $3 \leq x \leq 8$.
b) Donner un encadrement de $g(x)$ lorsque $-2 \leq x \leq 3$.
c) Donner un encadrement de $g(x)$ lorsque $-5 \leq x \leq 3$.
d) Soient a et b deux réels tels que $-5 \leq a < b \leq -2$.
Comparer g(a) et g(b).
e) Soient a et b deux réels tels que $-2 \leq a < b \leq 3$.

Comparer g(a) et g(b).
f) Soit $a \in [-5\,;-2]$ et $b \in [3\,;8]$.

Comparer g(a) et g(b).

Consulter le corrigé.