Fonctions et limites

EXERCICE 1 :

g est la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $g(x)=\dfrac{1}{x}+1$.

1. Démontrer que, pour tout nombre réel $\alpha\ >0$, l'intervalle $]1-\alpha\,;1+\alpha\,[$ contient toutes les valeurs g(x) pour x assez grand.

2. En déduire la limite de la fonction g en $+\infty$.

3. Interpréter graphiquement cette limite.

EXERCICE 2 :

h est la fonction définie sur l'intervalle $]1;+\infty[$ par $h(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$.

1.Démontrer que, pour tout nombre réel $\alpha\ >0$, l'intervalle $]-\alpha\,;+\alpha\,[$ contient toutes les valeurs

h(x) pour x assez grand.

2.En déduire la limite de la fonction h en $+\infty$.

3.Interpréter graphiquement cette limite.

EXERCICE 3 :

1. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-x^2+3x+1$.

Etudier la limite de f en $+\infty$.

2. g est une fonction définie sur l'intervalle $]-1;+\infty[$ par $g(x)=\dfrac{4x^2-x+5}{x+1}$.

Etudier la limite de la fonction g.

a) en $+\infty$ b) en - 1.

EXERCICE 4 :

g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{e^x + 1}{e^x - 1}$

1. Etudier la limite de la fonction g en $-\infty$.

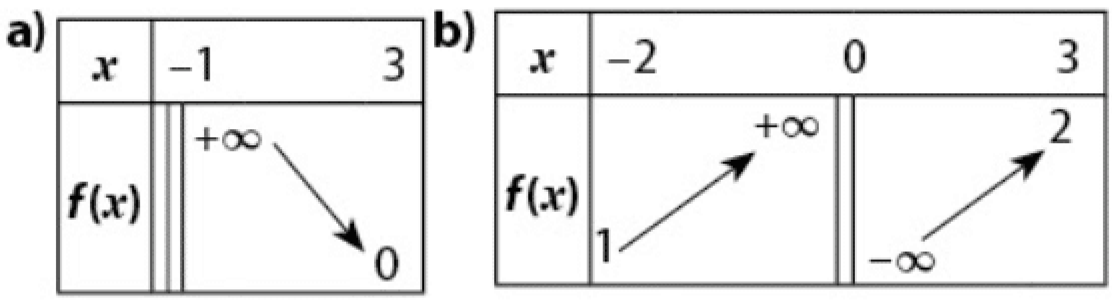
2. a) Démontrer que, pour tout nombre réel x, $g(x) = \dfrac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$.

b) Etudier la limite de la fonction g en $+\infty$.

EXERCICE 5 :

Dans chacun des cas, on donne le tableau de variation d'une fonction f.

Tracer, à main levée, une courbe φ susceptible de représenter la fonction f dans un repère.



EXERCICE 6 :

Donner, sans justification, la limite des fonctions suivantes en $+\infty$.

$a)\ f(x) = x\sqrt{x}$

$b)\ g(x) = (x^2 + 1)(-x^2 + 2)$

$c)\ h(x) = e^x \left(\dfrac{1}{x} + 2 \right)$

$d)\ k(x) = x^2 \left(-3 - \dfrac{1}{x} \right)$

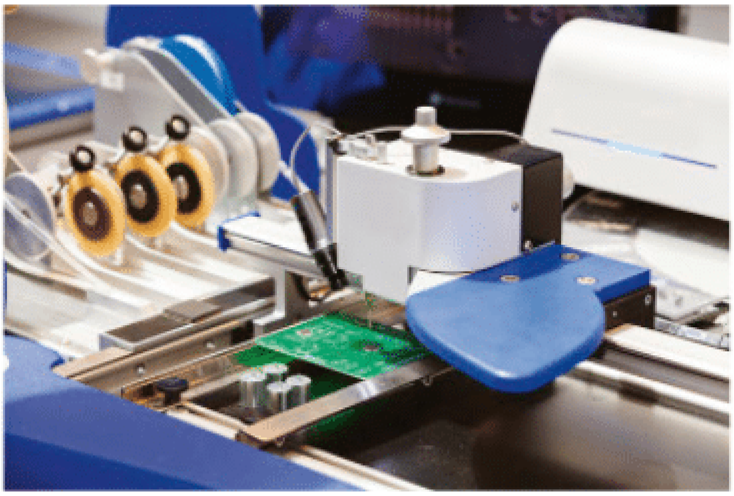
EXERCICE 7 :

Une usine fabrique une puce destinée aux appareils électroniques.

Le coût total de fabrication est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$

par $C(q)=\dfrac{8}{1+e^{-q}}$ où q désigne la quantité de puces fabriquées (en milliers)

et C(q) le coût total (en millions d'euros).



1.

a. Représenter graphiquement la fonction C à l'écran de votre calculatrice.

b. Etudier la limite de la fonction C en $+\infty$.

2. On note $C_M(q)$ le coût moyen de fabrication d'une puce lorsqu'on en fabrique q (avec q>0).

a. Exprimer $C_M(q)$ en fonction de q.

b. Représenter graphiquement la fonction C_M à l'écran de la calculatrice.

c. Etudier la limite de la fonction C_M en $+\infty$.

Interpréter le résultat obtenu en termes économiques.

Consulter le corrigé.