



Fonctions avec variations et résolution d'équations

I. Rappels et compléments sur les fonctions numériques

1. Notion de fonction

Définition :

On définit une fonction sur un ensemble $D \subset \mathbb{R}$ en associant à chaque réel x de D un unique réel noté $f(x)$.

On note : $f : x, \mapsto, f(x)$

- x est la variable;
- $f(x)$ est l'image de x par la fonction f .
- Si $y = f(x)$, alors x est l'antécédent de y par f .
- D est l'ensemble de définition de la fonction, c'est-à-dire l'ensemble des nombres qui ont une image par f .

Exemples :

Fonction définie sur \mathbb{R} par son expression littérale :

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 6$$

Fonction de deux variables :

On appelle x et z la base et la hauteur d'un triangle.

Son aire est donnée par la formule : $A(x, z) = \frac{xz}{2}$.

Fonction prenant ses valeurs dans \mathbb{N} :

On attribue à chaque nombre réel supérieur à 1 le nombre de diviseurs de sa partie entière.

2. Représentation graphique des fonctions

Définition :

La courbe représentative C_f d'une fonction f (ou représentation graphique) est l'ensemble des points du plan de coordonnées $(x ; y)$ tels que :

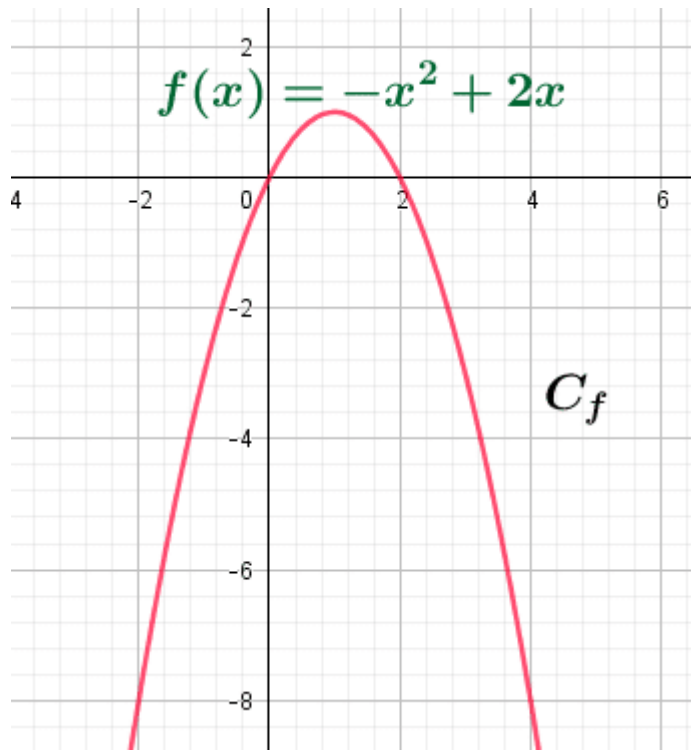
- l'abscisse x est une valeur de l'ensemble de définition D ;
- l'ordonnée y est l'image de x par f . On a donc $y = f(x)$.

Autrement dit $M(x, y) \in C_f$ si et seulement si $x \in D$ et $y = f(x)$.

Exemple :

f est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 + 2x$.

Tracer sa courbe représentative C_f après avoir compléter un tableau de valeurs .

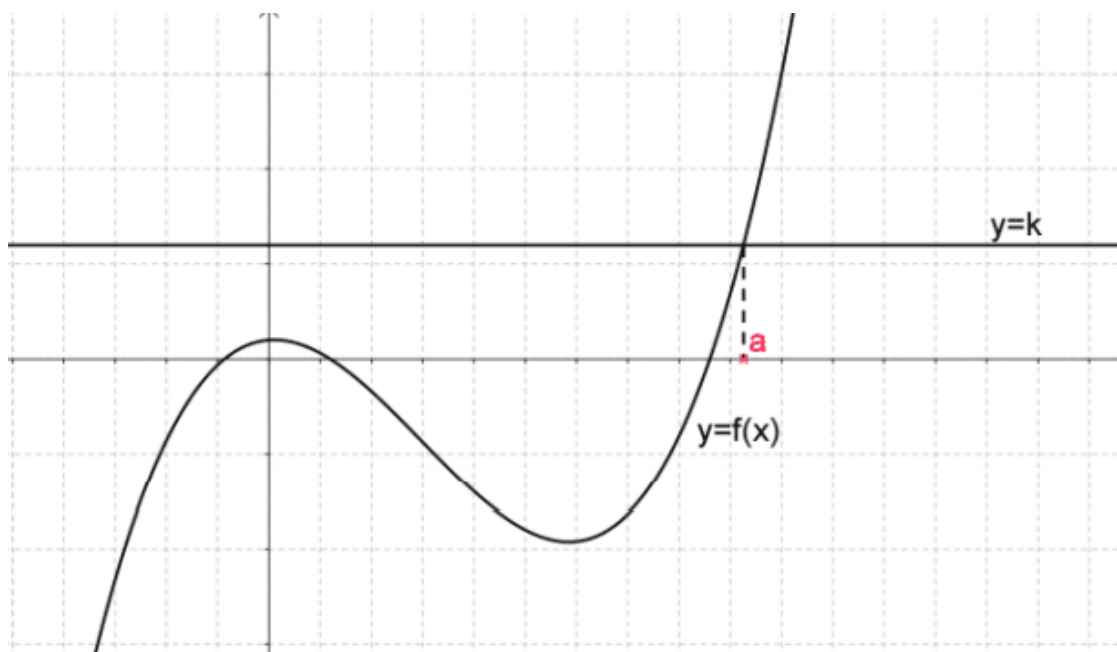


II. Résolution graphique d'équations :

1. Equation du type $f(x) = k$ (avec k un nombre réel)

Propriété :

Les solutions de l'équation $f(x) = k$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe C_f et de la droite horizontale d'équation $y=k$.



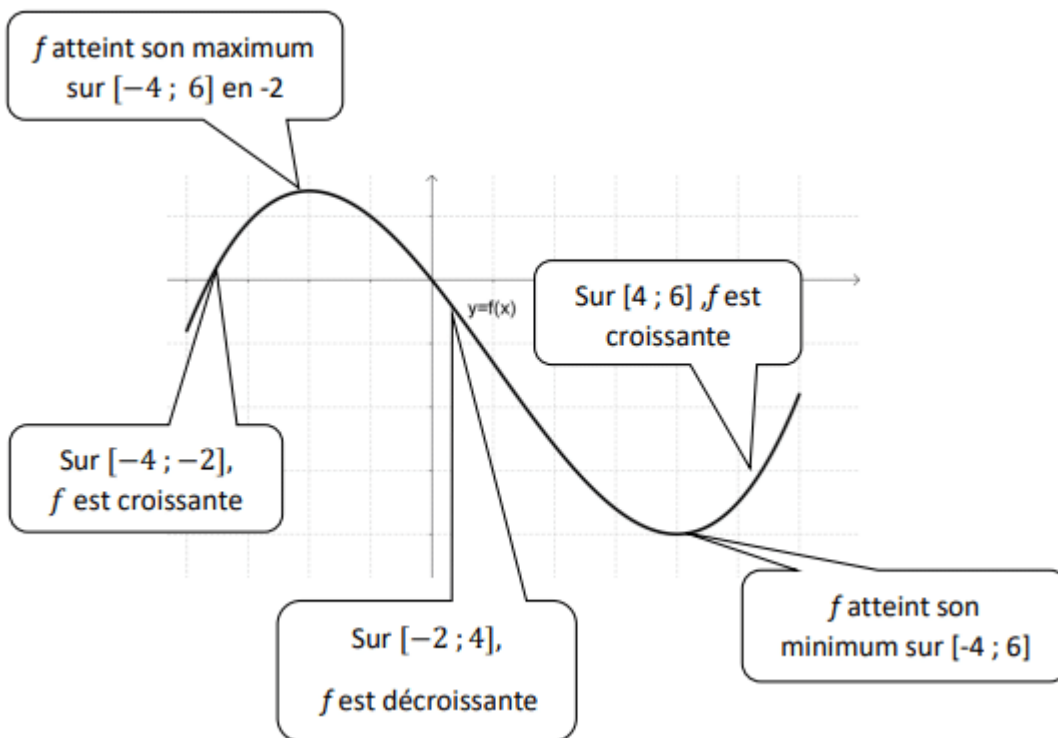
Sur cette courbe représentative de la fonction f , l'équation $f(x) = k$ a pour unique solution le nombre a .

Remarque :

Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$, où f et g sont deux fonctions numériques, revient à trouver les coordonnées des points d'intersection de ces deux courbes.

III-Notion de variations sur un intervalle

On considère une fonction f représentée sur l'intervalle $[-4 ; 6]$.



Définition :

On dit que la fonction est croissante sur un intervalle lorsque les images de deux nombres quelconques de cet intervalle sont toujours dans le même ordre que les nombres de départ. Graphiquement, la courbe « monte ».

$$x \leq y \Leftrightarrow f(x) \leq f(y)$$

Définition :

On dit que la fonction est décroissante sur un intervalle lorsque les images de deux nombres quelconques de cet intervalle sont toujours dans l'ordre contraire de celui des nombres de départ. Graphiquement, la courbe « descend ».

$$x \leq y \Leftrightarrow f(x) \geq f(y)$$

Tableau de variations :

C'est un tableau où on y résume les variations de la fonction :

x	-4	-2	4	6
$f(x)$	-0,9	1,3	-4	-1,9

Vocabulaire :

On appelle « extremum » tout maximum ou minimum de la fonction sur son ensemble de définition.

Exemple :

Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction définie sur $[-2 ; 4]$ telle que :

- f atteint son maximum sur $[-2 ; 4]$ en 4;
- Le point $(-2 ; 0)$ est un point de la courbe de f ;
- Un antécédent de 4 est 3 par f ;
- L'image de 1 est $-0,5$ par f .
- Le minimum de f sur $[-2 ; 4]$ est -1 , atteint en 0;

- $f(4) = 5$;

- f est décroissante sur $[-2 ; 0]$ et croissante sur $[3,5 ; 4]$;

- 3 a deux antécédents par f qui sont $x = 2$ et $x = 3,5$.

