Cours de maths en 3ème

Fonctions affines

Le cours sur les fonctions affines avec la définition, le vocabulaire et les différentes propriétés de ces fonctions est nécessaire pour la progression de l'élève. De plus, ce dernier doit être en mesure de faire l'étude de la courbe représentative et du sens de variation

L'élève devra être capable de calculer une image ou un antécédent mais, également, savoir tracer la courbe d'une fonction affine à l'aide de deux points distincts. Aussi, il doit développer des compétences sur les fonctions affines en sachant déterminer la valeur du coefficient directeur a et de l'ordonnées à l'origine b.

Nous terminerons cette leçon avec des exemples concrets issus de la vie courante en troisième.

I. Les fonctions affines : définition et vocabulaire.

Définition :

Soit « a » et « b » deux nombres fixés.En associant à chaque nombre « x » un nombre « ax + b» appelé « image de x »,

on définit **une fonction affine**.

On notera cette fonction ainsi : $g\ : x\ \mapsto\ ax\ +\ b$.

L'image de x sera notée : g(x).

Exemple :

Soit g est la fonction affine définie par : $g\ :\ x\ \mapsto\ 2x-3$.

alors :

- l'image de 5 est : $g(5)=\ 2\ \times\ 5-\ 3\ =\ 10-3\ =\ 7$.
- l'image de (-3) est : $g(-3)\ =\ 2\ \times\ (-3)\ -3\ =\ -6\ -\ 3\ =\ -9$.

- l'image de 0 est : $g(0) = 2 \times 0 - 3 = 0 - 3 = -3$.

Remarque :

La fonction $f : x \mapsto 2x$ est la **fonction linéaire associée** à g.

Une fonction linéaire est affine, la réciproque est fausse.

Si b=0, nous obtenons la fonction linéaire associée $f : x \mapsto ax$.

II. Représentation graphique d'une fonction affine

Propriété :

Soit g la fonction affine définie par : $g : x \mapsto ax + b$.L'ensemble des points M de coordonnées $M\,(x\,;\,ax + b)$ est appelé représentation graphique de la fonction affine.

Dans un repère, cette représentation est la droite :

- parallèle à la droite représentant la fonction linéaire associée.
- passant par le point de coordonnées $(0\,;\,b)$.

On dit que cette droite a pour **équation** : $y = ax + b$.

- « a » est le **coefficient directeur**.
- « b » est l'**ordonnée à l'origine**. Il indique la « hauteur » à laquelle la droite coupe l'axe des ordonnées.

Remarques :

- Si a = 0, la droite d'équation $y = ax + b$ est parallèle à l'axe des abscisses.

- Toute droite non parallèle à l'axe des ordonnées admet une équation de la forme y = ax + b, et représente donc une fonction affine.

III. Sens de variation d'une fonction affine

Propriété :

Soient a et b deux nombres relatifs.

Soit g la fonction affine définie par $g : x \mapsto ax + b$.

- Si a>0 alors g est croissante.
- Si a<0 alors g est décroissante.

Exemple :