Fonction exponentielle

En mathématiques, la fonction exponentielle est la fonction qui se note **exp** et est égale à sa propre dérivée et prend la valeur 1 en 0. De plus, elle se fait usage pour modéliser des phénomènes dans lesquels une différence constante sur la variable conduit à un rapport constant. L'élève devra développer des compétences nouvelles ave ce chapitre. De plus, il apprendra des méthodes de calcul qui lui permettront de progresser tout au long de l'année scolaire.

La fonction exponentielle est la seule fonction continue sur ℝ qui transforme une somme en produit. De plus, cette fonction prend la valeur e en 1. C'est un cas particulier des fonctions de ce type nommées exponentielles de base a. Aussi, on peut la déterminer comme une limite de suite ou encore à l'aide d'une série entière. Les applications élémentaires des fonctions exponentielles réelles ou complexes concernent la résolution des équations différentielles. De plus, l'élève doit lire son cours souvent pour bien comprendre et faire les exercices de classe à la maison.

On appelle aussi parfois fonction exponentielle toute fonction avec une expression de la forme f(x) = Aeλx.

I. Définition et variations de la fonction exponentielle.

Définition :

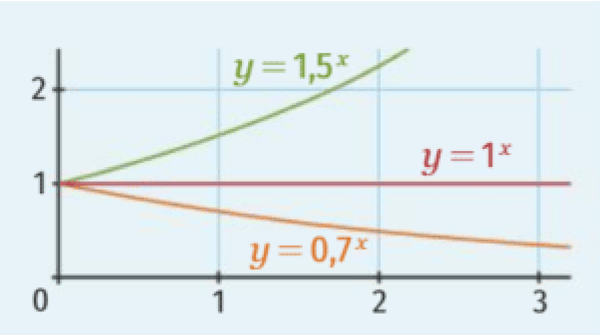
Soit a un réel strictement positif.

Une fonction f définie pour tout réel $x \in \ [0;+\infty[$ par $f(x)=a^x$ est une **fonction exponentielle**.

Propriété :

Une fonction exponentielle f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x)=a^x$ avec a >0 est :

1. strictement croissante sur $[0;+\infty[$ si, et seulement si, a >1;
2. strictement décroissante sur $[0;+\infty[$ si, et seulement si, 0 < a < 1;
3. constante sur $[0;+\infty[$ si, et seulement si, a = 1.



II. Les propriétés algébriques de la fonction exponentielle.

Propriétés :

Pour tous réels positifs x et y et pour tous réels strictement positifs a et b, on a :

1. $a^x \times \ a^y = a^{x+y}$;
2. $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$;
3. $(a^x)^y = a^{x\times\ y}$;
4. $a^x \times \ b^x = (a \times \ b)^x$;
5. $\frac{a^x}{b^x} = (\ \frac{a}{b}\ )^x$.

Propriété : cas de la puissance $\frac{1}{n}$.

Soient a et x deux nombres réels strictement positifs et n un nombre entier non nul.

L'équation $x^n = a$ admet comme unique solution positive le réel $x = \sqrt[n]{a}$ = $a^{\frac{1}{n}}$ appelée **racine n-ième** de a.

Propriété :

Si une grandeur subit une évolution de taux t, alors elle atteint la même valeur en subissant n évolutions successives de même taux $(1+t)^{\frac{1}{n}} - 1$ où n un nombre entier naturel non nul.

Définition:

Le nombre $(1+t)^{\frac{1}{n}} - 1$ est appelé taux moyen des n évolutions successives de taux global t.