Exponentielle

EXERCICE N° 1 :

Ecrire à l'aide d'une seule exponentielle :

a. $\dfrac{1}{e^3}$

b. $e^{-2} \times \ e^{7}$

EXERCICE N° 2 :

f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f \ et \ f(0) = -\dfrac{1}{2}$.

g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2f(x)$.

1. Vérifier que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que g' = g.
2. Calculer g(0); en déduire l'expression de g(x).
3. En déduire l'expression de f(x).

EXERCICE N° 3 :

Dans chaque cas, écrire l'expression avec une seule exponentielle.

1.

a. $e^4 \times \ e^6$

b. $e \times \ (e^5)^2$

c. $\dfrac{e^{30} \times \ e^{-10}}{e^{10}}$

2. a désigne un nombre réel, simplifier l'écriture de chaque expression :

$a)\ \dfrac{e^{2a}\times\ e^{-a}}{e^{5a}}\ ; b)\ \dfrac{e^{2a}+1}{e^{1-a}}\ ;\ c)(e^{a})^{3}\times\ e$

EXERCICE N° 4 :

f est la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{e^{x}}{1+x}$.

Dans un repère, ξ est la courbe représentative de la fonction f et T_a est la tangente à ξ au point A d'abscisse a avec $a>-1$.

1. donner une équation de T_a.

2. Démontrer qu'il existe deux valeurs de a pour lesquelles T_a passe par l'origine du repère.

EXERCICE N° 5 :

On modélise la température moyenne T à l'intérieur d'un congélateur en posant :

$T(t)=19,5e^{-7\times\ 10^{-4}t}-10,5$ où $t\in[0;+\infty[$ correspond au temps, exprimé en minutes, écoulé

depuis sa mise en marche et T(t) sa température en °C.

1. Donner la température moyenne à l'intérieur du congélateur :

a. avant sa mise en marche;

b. après une journée de fonctionnement.

2. Etudier la limite de T en $+\infty$ et interpréter le résultat obtenu.

EXERCICE N° 6 :

Ecrire les réels donnés sous la forme exponentielle e^{k} où k est un entier.

$1)e^{-7}\times\ e^{3}$

$2)e^{-1}\times\ e^{-5}$

$3)e^{2},\times\ e$

$4)e\times\ e^{-1}$

$5)\dfrac{1}{e}$

$6)\dfrac{1}{e^{-1}}$

$7)\dfrac{1}{e^2}$

$8)\dfrac{1}{e^{-3}}$

$9)\dfrac{e^{-3}}{e^2}$

$10)\dfrac{e}{e^{-1}}$

$11)\dfrac{e^{-2}}{e}$

$12)\dfrac{e^2 \times \ e^{-3}}{e^5}$

$13)(e^2)^3$

$14)(e^3)^2$

$15)(e^{-1})^6$

$16)e \times \ (e^{-1})^3$

EXERCICE N° 6 :

Ecrire l'expression donnée sous la forme e^A où A est une expression.

$1)e^x, \times \ e^2$

$2)e^{-1} \times \ e^{-x}$

$3)e \times \ e^x$

$4)e^x \times \ e^x$

$5)e^x \times \ e^{-x}$

$6)e^{x-1} \times \ e^x$

$7)(e^x)^2$

$8)(e^{-x+1})^3$

$9)(2e^x)^3$

$10)\dfrac{e^{5x}}{e^x}$

$11)\dfrac{e^{x+1}}{e}$

$12)\dfrac{e^{3}}{e^{2x-1}}$

EXERCICE N° 7 :

On donne l'expression de trois fonctions f,g et h définies et dérivables sur $\mathbb{R}$.

Calculer la dérivée des fonctions f, g et h.

$1) f(x)=e^{0,5x}; g(x)=e^{3x}; h(x)=e^{-x}$.

$2) f(x)=e^{x+1}; g(x)=e^{1-2x}; h(x)=e^{-3x+1}$

$3) f(x)=2+e^{2x}; g(x)=1-e^{-2x}; h(x)=e^{-3x+1}$

$4) f(x)=2+e^{2x}; g(x)=1-e^{-2x}; h(x)=1+2e^{-x}$

EXERCICE N° 8 :

On estime que les futures découvertes de pétrole dans le monde peuvent être modélisées, à partir de 2015, par la fonction f définie sur [15 ; +∞[par:

$f(x)=17280e^{-0,024x}$

où f(x) représente, en millions de barils, l'estimation de la quantité de pétrole qui sera découverte au cours de l'année 2000 + x.
1. Déterminer la limite de la fonction f en +∞.

2. Calculer f ' (x) et en déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle [15 ; +∞ [.
3. Interpréter les résultats des questions 1 et 2.

EXERCICE N° 9 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2 - e^x + x$.

1. Exprimer $f'(x)$ en fonction de x.

2) Justifier que, pour tout réel x de l'intervalle $[0;+\infty[$, $f'(x) \leq 0$.

3) En déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE N° 10 :

Ecrire les expressions suivantes sous la forme exponentielle e^A, où A est une expression.

$1)\dfrac{e^{2x+1}}{e^{1-x}}$

$2)\dfrac{e^{-x+2} \times e^{-2x-1}}{e^{3x+2} \times e^{-x-1}}$

$3)\dfrac{(e^{-x})^2 \times e^{-x+1}}{e^{x+2} \times (e^{-x-1})^3}$

EXERCICE N° 11 :

Démontrer les égalités suivantes :

Pour tout réel x, $-2e^{2x} + 3e^x + 2 = (1 - 2e^x)(2 - e^x)$.

Pour tout réel x, $\dfrac{e \times e^x}{e^{2+3x}} = (e^{-x-0,5})^2$.

Pour tout réel x, $\dfrac{e^{1-3x}}{1 + e^{-3x}} = \dfrac{e}{e^{3x} + 1}$

EXERCICE N° 12 :

1)Démontrer que l'équation $e^x - 2e^{-x} + 1 = 0$ est équivalente à l'équation $(e^x)^2 + e^x - 2 = 0$.

2)Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^x - 2e^{-x} + 1 = 0$.

EXERCICE N° 13 :

1)Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $e^{-x} - e^x > 0$.

2)En déduire le signe de $1 - \dfrac{1 + e^x}{1 + e^{-x}}$ sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE N° 14 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{e^x + 1}{x}$

et g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{x + 1}{e^x}$.

On donne ci-dessous les courbes représentatives C_f et C_g des fonctions f et g.

1. Conjecturer les limites des fonctions f et g aux bornes de leur ensemble de définition.

2. Démontrer ces conjectures.