Dérivée

EXERCICE 1 :

Déterminer sur quel ensemble est dérivable chacune des fonctions suivantes, puis déterminer sa dérivée.

a) $f : x \mapsto 5x^2 - 3x + 2$ définie sur $\mathbb{R}$.

b) $g : x \mapsto 100 + \frac{1}{x}$ définie sur $\mathbb{R}^*$.

c) $h : x \mapsto x\sqrt{x}$ définie sur $[0;+\infty[$.

d) $j : x \mapsto \frac{12-5x}{9x+2}$ définie sur $\mathbb{R} - \{-\frac{2}{9}\}$.

EXERCICE 2 :

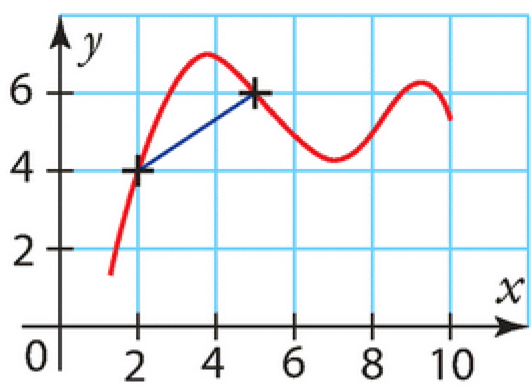
Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g : x \mapsto (-9x+1)^5$.

Déterminer sur quel ensemble elle est dérivable puis déterminer sa dérivée.

EXERCICE 3 :

La fonction f est représentée par la courbe rouge ci-dessous.

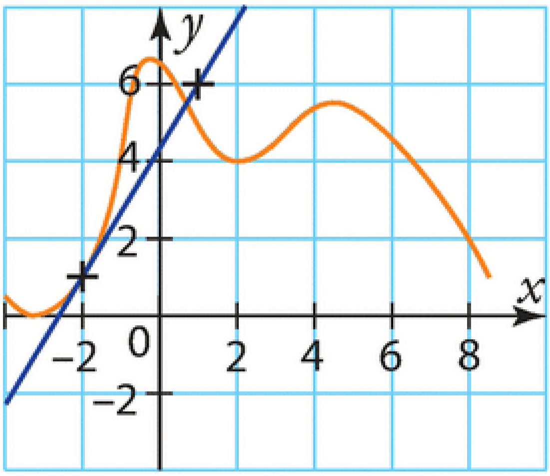
Quel est le taux de variation de f entre 2 et 5 ?



EXERCICE 4 :

Sur le graphique ci-dessous la tangente en A(-2; 1) à la courbe

représentative d'une fonction f définie sur [-4 ; 9] passe par le point B(1 ; 6).
Déterminer f ' (-2).



EXERCICE 5 :

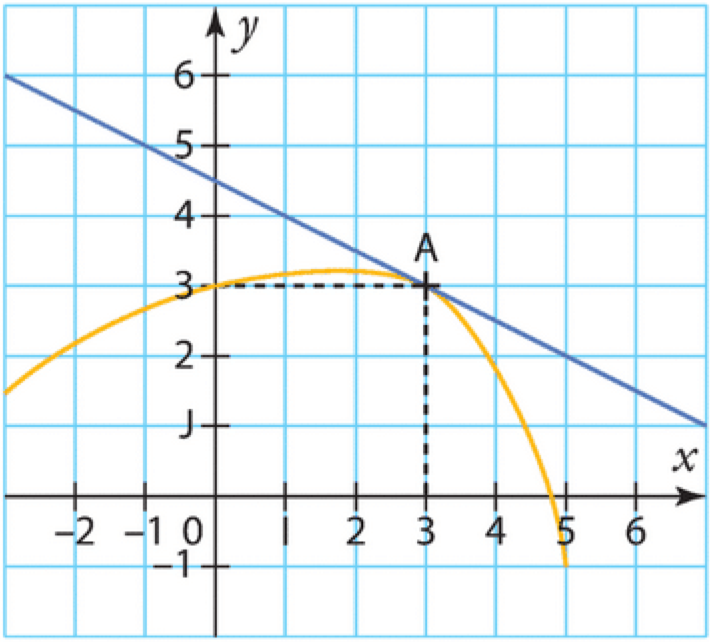
Soit f la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $f: x \mapsto \sqrt{x}-3$
et h un nombre réel non nul.
1. Montrer, à l'aide de l'identité remarquable
(a - b)(a + b) = a² - b², que le taux de variation de f entre 9 et 9 + h est égal à
$\frac{1}{\sqrt{9+h}+3}$.

2. En déduire que la fonction est dérivable en 9 et déterminer f ' (9).

EXERCICE 6 :

La courbe d'une fonction g définie sur [-3 ; 5] est représentée ci-dessous.

La tangente à cette courbe au point A d'abscisse 3 passe par le point de coordonnées (-3 ; 6).
Que vaut g(3) ? Que vaut g ' (3) ?



EXERCICE 7 :

Chacune des fonctions suivantes est de la forme d'une somme de deux fonctions u + v.

Dans chaque cas, identifier les fonctions u et v, et donner leurs ensembles de dérivabilité.

En déduire sur quel ensemble la fonction « somme » est dérivable,

puis déterminer l'expression de sa fonction dérivée.

$f : x \mapsto \dfrac{1}{x} + x$ $\qquad g : x \mapsto -5 + \dfrac{1}{x^2}$ $\qquad h : x \mapsto x^4 + x^2$

EXERCICE 8 :

Utiliser Geogebra pour répondre aux questions suivantes

portant sur la fonction $f : x \mapsto \dfrac{-9}{2x^2 - 4x + 3}$.

1. Saisir l'équation de la courbe représentative de f:
«y=-9/(22-4x+ 3)».

2. Placer un point sur la courbe.

3. Tracer la tangente à la courbe en ce point.

4. Afficher le coefficient directeur de la tangente.

5. En sélectionnant le point et en le plaçant à la bonne abscisse,

déterminer une valeur approchée de f ' (-2) ; f ' (-1); f '(0) ; f ' (1) et f '(2).

EXERCICE 9 :

Soit g une fonction dérivable sur R. On a le tableau de valeurs suivant.

x	-3	-1	0	2	4	5
$g(x)$	6	0	2	4	3	1
$g'(x)$	-4	0	1,5	0	-1	-3

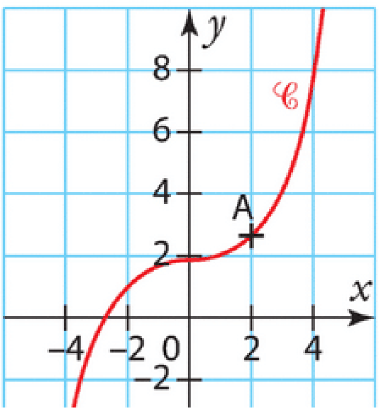
1. Dans un repère orthonormé placer les points de coordonnées (x; g(x)).

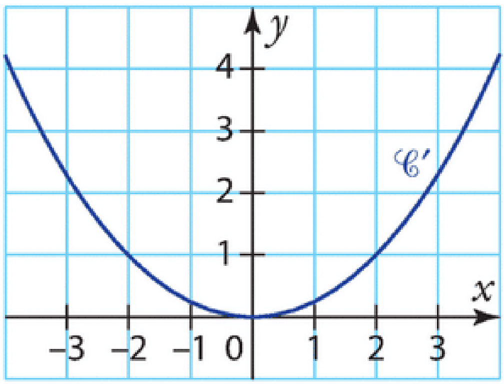
2. Construire en chacun de ces points les tangentes à la courbe C_g représentative de la fonction g.

3. Représenter une allure possible de C_g.

EXERCICE 10 :

On a représenté la courbe C d'une fonction f en rouge et la courbe C' de sa fonction dérivée f ' en bleue.
Déterminer une valeur approchée du coefficient directeur de la tangente à 6 au point A d'abscisse 2.





EXERCICE 11 :

Déterminer pour chacune des fonctions suivantes, l'ensemble I sur lequel elle est dérivable,

puis sa fonction dérivée sur I.

$a) f(x) = \frac{5}{2x} + \frac{3}{4} - \frac{7x^2}{4}$ $\qquad b) g(x) = \frac{-4}{5x}(x - 11)$

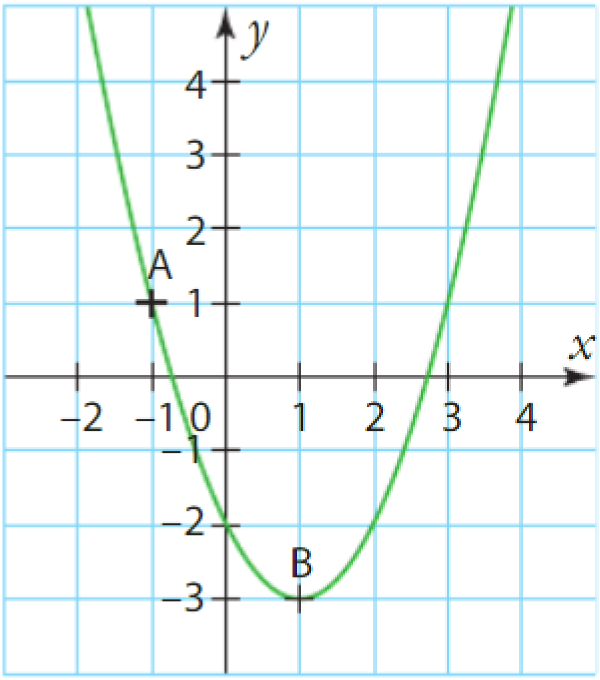
$c) h(x) = \frac{5x^2 - 8x + 1}{21 - 7x}$ $\qquad d) j(x) = \frac{-5}{3x^2 + 2}$

$e) k(x) = \dfrac{9x}{x^2 - 6x + 5}$ $\qquad$ $f) m(x) = \sqrt{10 - x}$

EXERCICE 12 :

La courbe représentative d'une fonction f définie sur R passe par les points A et B.

Quel est le taux de variation de f entre —1 et 1 ?



Soit fla fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f : x \mapsto 11x - 7$ et h un nombre réel non nul.
Déterminer le taux de variation de f entre 3 et 3 + h.

EXERCICE 13 :

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et h un nombre réel non nul.
On sait que $\dfrac{f(-7+h) - f(-7)}{h} = \dfrac{5}{3}(4h+9)$.
Peut-on dire que la fonction f est dérivable en -7 ? Si oui, déterminer $f'(-7)$.

EXERCICE 14 :

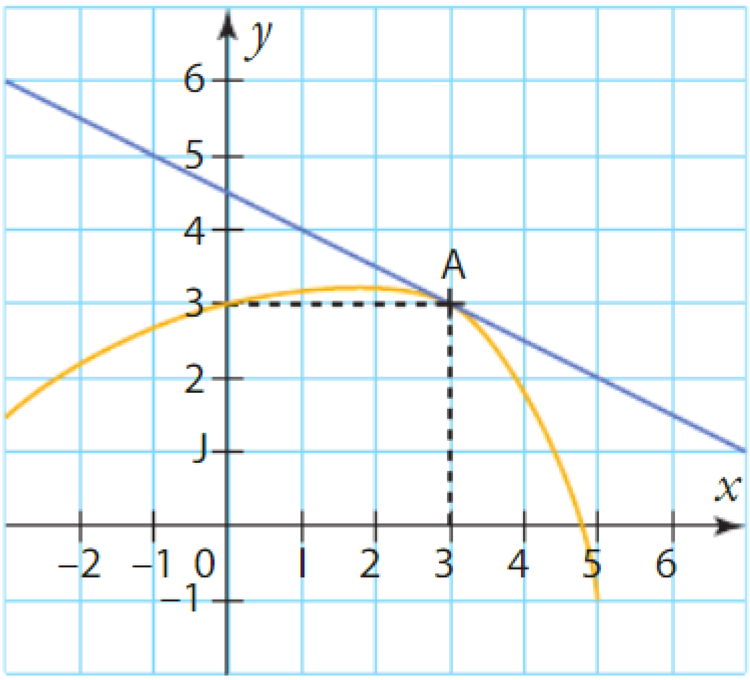
Soit g une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et x un nombre réel proche de 3 mais différent de 3.

On sait que $\dfrac{g(x) - g(3)}{x-3} = 2x + 3$.
Peut-on dire que la fonction g est dérivable en 3 ? Si oui, déterminer g'(3).

EXERCICE 15 :

La courbe d'une fonction g définie sur [- 3 ; 5] est représentée ci-dessous.

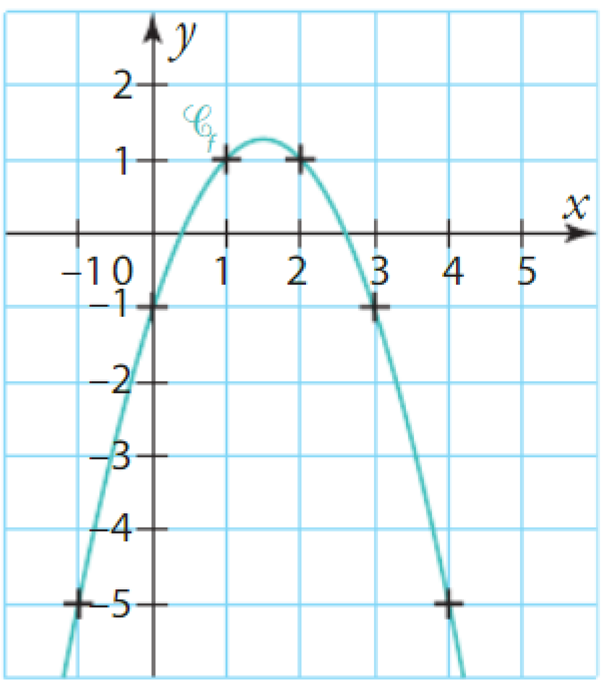
La tangente à cette courbe au point A d'abscisse 3 passe par le point de coordonnées (- 3 ; 6).
Que vaut g(3) ? Que vaut $g'(3)$?



EXERCICE 16 :

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f'(2) = -1$ et $f'(0) = 2$.

Soit C_f sa courbe représentative dans le repère ci-dessous.
Reproduire la courbe C_f (en plaçant quelques points importants et en respectant l'allure) et tracer la tangente à C_f au point d'abscisse 2 et la tangente à C_f au point d'abscisse 0.



EXERCICE 17 :

Pour chacune des fonctions suivantes, dire sur quel ensemble elle est dérivable, puis déterminer l'expression de sa fonction dérivée.
$f : x \mapsto x^4$; $g : x \mapsto x^{12}$; $h : x \mapsto x^{-1}$;

Chacune des fonctions suivantes est de la forme d'une somme de deux fonctions u + v.

Dans chaque cas, identifier les fonctions u et v, et donner leurs ensembles de dérivabilité.

En déduire sur quel ensemble la fonction « somme» est dérivable, puis déterminer l'expression de sa fonction dérivée.

$$f : x \mapsto \frac{1}{x} + x\,;\ g : x \mapsto -5 + \frac{1}{x^2};\ h : x \mapsto x^4 + x^2;$$

EXERCICE 18 :

Chacune des fonctions suivantes est de la forme d'un produit de deux fonctions $u \times v$.

Dans chaque cas, identifier les fonctions u et v, et donner leurs ensembles de dérivabilité.
En déduire sur quel ensemble la fonction « produit » est dérivable, puis déterminer l'expression de sa fonction dérivée.

$$f : x \mapsto \frac{1}{x}(9-6x);\ g : x \mapsto x^2\sqrt{x};\ h : x \mapsto (x^5+x^3)(x^2-4);$$

EXERCICE 19 :

Soit f la fonction définie sur $I =]-4;+\infty[$ par $f : x \mapsto \dfrac{1}{2x+8}$.

1.f est de la forme $\dfrac{1}{v}$.
Donner l'expression de la fonction v et résoudre l'équation v(x)=0.

2. En utilisant le théorème de la dérivée de l'inverse d'une fonction, démontrer que la fonction f est dérivable sur I et donner l'expression de sa dérivée f'.

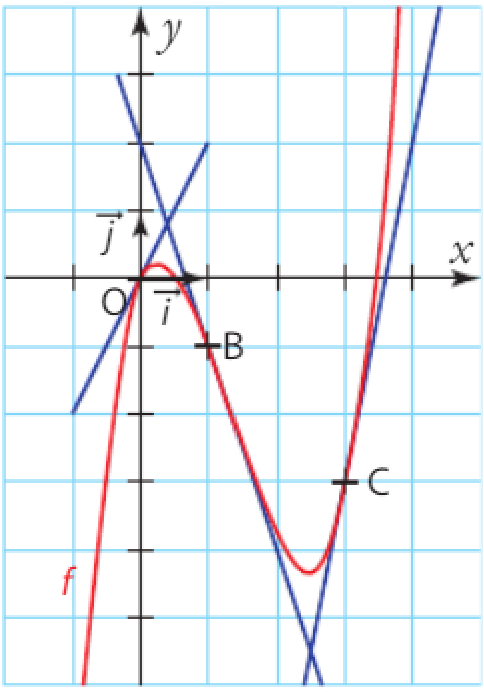
EXERCICE 20 :

Soit h la fonction définie sur $I =]-4;+\infty[$ par $h : x \mapsto \sqrt{-3x+12}$.
1. h est une fonction composée de deux fonctions g et f dans cet ordre.
Donner l'expression des fonctions g et f.
2. En utilisant le théorème de la dérivée d'une fonction composée, démontrer que la fonction h est dérivable sur I.
3. Déterminer l'expression de $f'(x)$ pour tout réel strictement positif x et celle de $g'(x)$ pour tout réel x de I.

4. En déduire l'expression de la dérivée h'.

EXERCICE 21 :

Dans le repère orthonormé (O ; i, J) ci-dessous, la courbe rouge C_f représente une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, les droites tracées en bleu représentent les tangentes à C_f respectivement au point O, au point B d'abscisse 1 et au point C d'abscisse 3.



1. Déterminer graphiquement $f'(0)$, $f'(l)$ et $f\,'(3)$.
2. Déterminer l'équation réduite de la tangente à C_f au point C.
3. La courbe C_f est la représentation graphique de la fonction $f\,:\,x\,\mapsto\,x^3-4x^2\,+2x$. Retrouver par le calcul les résultats des questions 1. et 2.

Consulter le corrigé.