Calcul littéral

I. Expression littérale du calcul littéral

Définition :

On appelle **expression algébrique** ou encore, **expression littérale**, toute expression mathématiques contenant des lettres. Ces lettres représentent des nombres.

Exemples :

- L'aire d'un carré de côté c s'exprime avec l'expression littérale $A = c \times c = c^2$.
- Un rectangle de longueur L et de largeur l a un périmètre qui s'exprime avec l'expression littérale $P = 2(L + l) = 2 \times L + 2 \times l$.

Règle :

Nous ne noterons plus le signe $\times$ en calcul littéral :

- entre deux lettres;
- entre un nombre et une lettre;
- avant l'ouverture d'une parenthèse;
- après la fermeture d'une parenthèse.

Exemple :

- Pour un rectangle de longueur L et de largeur l , son périmètre vaut $P = 2(L + l) = 2 \times\ L + 2 \times\ l = 2L + 2l$.

- Un cercle de rayon R a pour périmètre $P = 2\pi\, R$ et pour aire $A = \pi\, R^2$.

Remarque :

- On peut simplifier $1\times\,, x$ en x et $0 \times\ y$ en y.

- L'expression $3\times\,, (p + 2)$ peut s'écrire $3(p + 2)$.

- Attention : on ne peut pas supprimer le signe x entre deux nombres $3 \times\ 5 \neq\ 35$.

Définitions : puissances.

On considère un nombre positif a.

$a^2 = a \times\ a$, a^2 se lit "**a au carré**".

$a^3 = a \times\ a \times\ a$, a^3 se lit "**a au cube**".

Exemple :

Aire d'un carré de côté a est $A = a \times\ a = a^2$.

Le volume d'un cube de côté a est $V = a \times\ a \times\ a = a^3$

II. Evaluer une expression littérale

Définition :

Pour calculer la valeur que prend une expression littérale, on substitue (remplace) la valeur de la lettre dans l'expression algébrique concernée.

Exemple :

Considérons l'expression littérale $A = 7x + 1$.

- Si x=3 alors $A = 7x + 1 = 7 \times\ 3 + 1 = 21 + 1 = 22$
- Si x = -2 alors $A = 7x + 1 = 7 \times\ (-3) + 1 = -14 + 1 = -13$

On dit que l'on substitue (remplace) la valeur de x.

On passe, ainsi, du calcul littéral au calcul numérique.

III. Tester une égalité

Propriété :

Pour tester une égalité, il faut :

- **substituer** la lettre par sa valeur dans le **premier membre de l'égalité** (expression située à gauche du signe =);
- substituer la lettre par sa valeur dans le **second membre de l'égalité** (expression située à gauche du signe =);
- si les résultats sont égaux alors l'égalité est vraie;
- si les résultats ne sont pas égaux alors l'égalité est fausse.

Exemple :

Considérons l'égalité $8x - 9 = x + 19$

- x = 7 vérifie-t-il cette égalité ?

$8x - 9 = 8 \times\ 7 - 9 = 56 - 9 = 47$ et $x + 19 = 7 + 19 = 26$.

$47 \neq\ 26$ donc x = 7 ne vérifie pas cette égalité.

- x = 7 vérifie-t-il cette égalité ?

$8x - 9 = 8 \times\ 4 - 9 = 32 - 9 = 23$ et $x + 19 = 4 + 19 = 23$.

Donc x = 4 vérifie cette égalité.

IV. La simple distributivité du calcul littéral

Définition :

Développer une expression littérale, c'est l'écrire comme somme de termes.

Exemple :

$A = 7x + 3 - 2x + 2$ est une forme développée.

Définition :

Factoriser une expression littérale, c'est l'écrire comme produit de facteurs.

Exemple :

$B = 7(x + 2); C = (x - 1)(x + 6); D = 3(x - 3)(2x + 7)$ sont des formes factorisées.

Définition :

Réduire une expression littérale, c'est regrouper tous les termes de même nature.

Exemples :

Réduire les expressions suivantes :

$A = 7n - 3 + 11n + 8 = 18x + 5$

$B = y^2 + 3y + 1 + 5y^2 + 2y + 7 = 6y^2 + 5y + 8$

Propriété :

Soient k, a et b trois nombres relatifs :

- $k(a + b) = ka + kb$.

- $k(a-b)=ka-kb$

Exemple :

En utilisant la simple distributivité, développer les expressions littérales suivantes :

$A=5(x+2)=5\times\ x+5\times\ 2=5x+10$
$B=2(y-4)=2x-8$
$C=5(2p-3)=5\times\ 2p-5\times\ 3=10p-15$
$D=4(r-1)+4r+9=4r-4+4r+9=8r+5$