



Calcul littéral

I. Expression littérale

Définition :

On appelle expression littérale (ou expression algébrique) toute expression contenant une ou plusieurs lettres. Ces lettres désignent des nombres.

Exemples :

- L'aire d'un carré de côté c s'exprime avec l'expression littérale $A = c \times c = c^2$.
- Un rectangle de longueur L et de largeur l a un périmètre qui s'exprime avec l'expression littérale $P = 2(L + l) = 2 \times L + 2 \times l$,

Règle de simplification :

Dans une expression littérale, nous ne noterons plus un signe \times entre deux lettres, entre un nombre et une lettre, ou encore, précédé d'une parenthèse.

Exemple :

- Pour un rectangle de longueur L et de largeur l , son périmètre vaut $P = 2(L + l) = 2 \times L + 2 \times l = 2L + 2l$.
- Un cercle de rayon R a pour périmètre $P = 2\pi R$ et pour aire $A = \pi R^2$.

Remarque :

- On peut simplifier $1 \times x$ en x et $0 \times y$ en y .
- L'expression $3 \times (p + 2)$ peut s'écrire $3(p + 2)$.
- Attention : on ne peut pas supprimer le signe \times entre deux nombres $3 \times 5 \neq 35$.

Définition (puissances) :

On considère un nombre relatif a .

$a^2 = a \times a$ et se lit **a au carré**.

$a^3 = a \times a \times a$ et se lit **a au cube**.

Exemple :

Aire d'un carré de côté a est $A = a \times a = a^2$.

Le volume d'un cube de côté a est $V = a \times a \times a = a^3$

II. Evaluer une expression littérale

Propriété :

Afin d'évaluer une expression littérale, on **substitue (remplace)** la lettre par sa valeur et nous calculons la valeur de l'expression numérique.

Exemple :

Considérons l'expression littérale $A = 7x + 1$.

- Si $x=3$ alors $A = 7x + 1 = 7 \times 3 + 1 = 21 + 1 = 22$
- Si $x = -2$ alors $A = 7x + 1 = 7 \times (-3) + 1 = -14 + 1 = -13$

On dit que l'on substitue (remplace) la valeur de x .

On passe, ainsi, du calcul littéral au calcul numérique.

III. La simple distributivité du calcul littéral

Définition :

Développer une expression littérale, c'est l'écrire comme somme de termes.

Exemple :

$A = 7x + 3 - 2x + 2$ est une forme développée.

Définition :

Factoriser une expression littérale, c'est l'écrire comme produit de facteurs.

Exemple :

$B = 7(x + 2)$, $C = (x - 1)(x + 6)$, $D = 3(x - 3)(2x + 7)$ sont des formes factorisées.

Définition :

Réduire une expression littérale, c'est regrouper tous les termes de même nature.

Exemples :

Réduire les expressions suivantes :

$$A = 7n - 3 + 11n + 8 = 18n + 5$$

$$B = y^2 + 3y + 1 + 5y^2 + 2y + 7 = 6y^2 + 5y + 8$$

Propriété :

Soient k , a et b trois nombres relatifs :

- $k(a + b) = ka + kb$.
- $k(a - b) = ka - kb$

Exemple :

En utilisant la simple distributivité, développer les expressions littérales suivantes :

$$A = 5(x + 2) = 5 \times x + 5 \times 2 = 5x + 10$$

$$B = 2(y - 4) = 2y - 8$$

$$C = 5(2p - 3) = 5 \times 2p - 5 \times 3 = 10p - 15$$

$$D = 4(r - 1) + 4r + 9 = 4r - 4 + 4r + 9 = 8r + 5$$

IV. La double distributivité du calcul littéral

Propriété : la double distributivité.

On considère quatre nombres relatifs a, b, c et d.

$$(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

Exemples :

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (x - 1)(x - 3) = x^2 - 3x - x + 3 = x^2 - 4x + 3$$

$$B = (2x - 1)(3x - 5) = 6x^2 - 10x - 3x + 5 = 6x^2 - 13x + 5$$