

✘ Calcul littéral

Le cours sur le **calcul littéral** et les trois identités remarquables avec la définition du développement d'une expression littérale et la factorisation est très important pour la progression de l'élève en maths. L'élève devra savoir développer et factoriser une expression littérale et également, substituer une valeur.

De plus, il doit être en mesure de bien utiliser les identités remarquables afin de développer des compétences en calcul algébrique. C'est un chapitre à comprendre pour ne pas avoir des complications lors du contrôle.

Nous terminerons cette leçon sur le calcul littéral avec des exemples concrets issus de la vie courante ou de la géométrie en troisième.

I. Expression littérale et vocabulaire :

Définition :

Une expression littérale est une expression contenant des lettres.

Exemple : $2x^2 + 5x + 7$

Remarque :

le calcul numérique est un cas particulier du calcul littéral. Par conséquent, le calcul littéral est un outil très puissant nous permettant de traiter des généralisations de situations.

Définition :

Développer une expression littérale, c'est l'écrire comme une somme de termes.

Propriété de la simple distributivité :

Soient k , a et b trois nombres relatifs.

$$k(a + b) = ka + kb$$
$$k(a - b) = ka - kb$$

Propriété de la double distributivité :

Soient a, b, c et d quatre nombres relatifs. $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Exemples :

Nous avons vu dans les niveaux précédents, deux propriétés qui permettent de développer une expression littérale : la simple et la double distributivité.

$$A = (x - 3)(x + 7) = x^2 + 7x - 3x - 21$$

$$B = -3(x - 2) + 7(x - 4) = -3x + 6 + 7x - 28$$

Définition :

Réduire une expression littérale, c'est regrouper tous les termes de même nature.

Exemples :

$$A = (x - 3)(x + 7) = x^2 + 7x - 3x - 21 = x^2 + 4x - 21$$

$$B = -3(x - 2) + 7(x - 4) = -3x + 6 + 7x - 28 = 4x - 22$$

Définition de la factorisation :

Factoriser une expression littérale, c'est l'écrire comme produit de facteurs.

Remarque :

La factorisation est le "processus" inverse du développement.

Exemples :

$$A = 7x - 21 = 7x - 7 \times 3 = 7(x - 3)$$

$$B = (x+2)(2x-3) + (x+2)(2x-4) = (x+2)[(2x-3) + (2x-4)] = (x+2)(4x-7)$$

II. Les identités remarquables**1. Carré d'une somme****Propriété :**

Soient a et b deux nombres relatifs. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Preuve :

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + a^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

2. Carré d'une différence

Propriété :

soient a et b deux nombres relatifs. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Preuve :

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ba + a^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

3. Produit d'une somme et d'une différence de deux nombres avec le le calcul littéral

Propriété :

Soient a et b deux nombres relatifs. $(a - b)(a + b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$

Exemples :

$$A = (x + 1)^2 = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$B = (x - 3)^2 = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$C = (x - 5)(x + 5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25$$

$$D = 99 \times 101 = (100 - 1)(100 + 1) = 100^2 - 1^2 = 10000 - 1 = 9999$$

$$E = (2x - 7)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 7 + 7^2 = 4x^2 - 28x + 49$$